

# MACROECONOMIA

*Fernando de Holanda Barbosa*

## **Capítulo 1 - Introdução aos Modelos Macroeconômicos**

1. Ciclo e Crescimento Econômico
2. Inflação e Nível de Atividade Econômica

## **Capítulo 2 - As Curvas IS e LM: A Demanda Agregada**

1. Modelos Keynesianos: Propriedades Básicas
2. Equilíbrio no Mercado de Bens e Serviços: A Curva IS
3. Equilíbrio no Mercado Monetário: A Curva LM
4. Equilíbrio no Mercado de Bens e Serviços e no Mercado Monetário
5. A Dinâmica do Modelo IS-LM
6. Política Monetária: O Mercado de Reservas Bancárias
7. Taxa de Juros Nominal x Taxa de Juros Real
8. Política Monetária e a Dinâmica da Taxa de Juros
9. A Demanda Agregada
10. A Teoria da Renda Nominal
11. A Formação de Expectativas
12. A Determinação dos Preços num Modelo Neoclássico com Expectativas Racionais

## **Capítulo 3 - A Oferta Agregada**

1. Modelo Neoclássico
2. Modelo Keynesiano
3. Modelo de Friedman
4. Modelo de Gray-Fischer
5. Modelo de Mark-up com Curva de Phillips
6. A Curva de Oferta de Lucas
7. A Taxa de Juros e a Oferta Agregada

## **Capítulo 4 - Dinâmica e Equilíbrio Macroeconômico**

1. Equilíbrio Macroeconômico e o Papel das Expectativas
  2. Dinâmica e Equilíbrio Macroeconômico com Expectativas

Adaptativas

3. Dinâmica e Equilíbrio Macroeconômico com Expectativas Racionais
  - 3.1. Preços Flexíveis
  - 3.2. Preços Rígidos
  - 3.3. Informação Assimétrica

**Exercícios**

## **Apêndice Matemático**

- A1. Equação de Diferenças Finitas Linear de Primeira Ordem
- A2. Equação de Diferenças Finitas Linear de Segunda Ordem
- A3. Sistema Linear de Equações de Diferenças Finitas de Primeira Ordem
- A4. Equação Diferencial Linear de Primeira Ordem
- A5. Equação Diferencial Linear de Segunda Ordem
- A6. Sistema Linear de Equações Diferenciais de Primeira Ordem

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO AOS MODELOS MACROECONÔMICOS

Esta introdução tem como objetivo apresentar algumas questões básicas e certos aspectos metodológicos que são importantes no estudo dos modelos agregativos de curto prazo. Estes modelos procuram captar as interrelações entre os diversos mercados na economia; permitem que se analise e se compreenda o papel das políticas monetária e fiscal na determinação dos diversos agregados macroeconômicos; e são capazes de identificar as possíveis fontes de instabilidade que produzem os ciclos econômicos observados nas economias capitalistas modernas.

### 1. Ciclo e Crescimento Econômico

O nível de atividade econômica apresenta um comportamento cíclico, com o produto real alternando épocas de recessão com períodos de aquecimento. A Figura 1 é uma representação estilizada deste fato. A reta AB representa o crescimento do (logaritmo) do produto potencial ao longo do tempo, e a inclinação desta reta mede a taxa de crescimento da capacidade produtiva da economia. A evolução do produto real é descrita pela trajetória cíclica da Figura 1. A economia nesta trajetória está, em geral, ou com recursos ociosos, ou com utilização da mão-de-obra e do capital, ocorrendo um hiato entre o produto efetivamente gerado e o produto potencial.

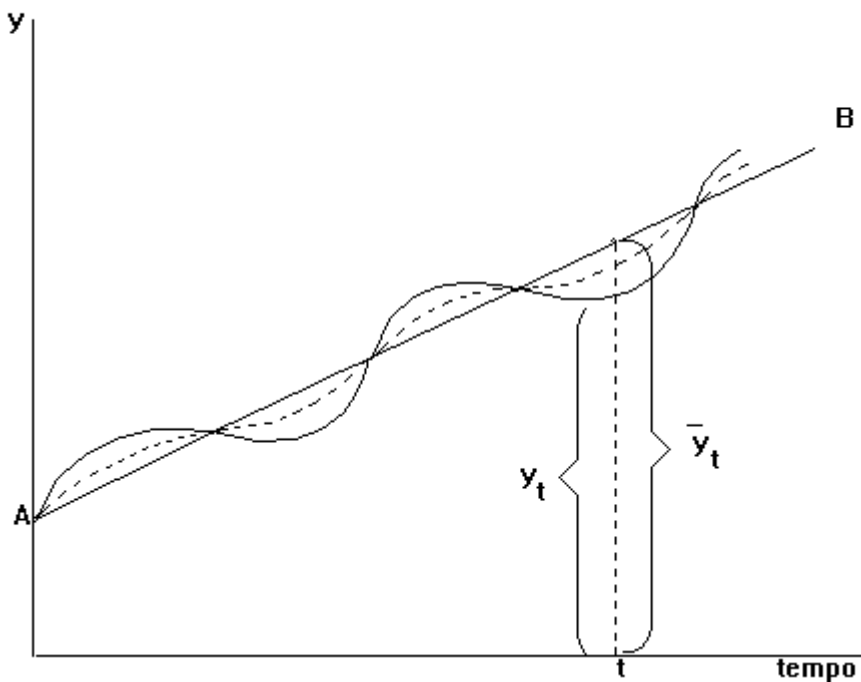


Figura 1. Ciclo e Crescimento Econômico

Analicamente o produto real é decomposto em duas componentes; i) tendência ( $y^t$ ) e ii) ciclo ( $y^c$ ). Isto é:

$$y = y^t + y^c$$

A componente de tendência, da Figura 1, é uma reta que depende do tempo  $t$ . Esta componente é denominada de produto potencial:

$$y_t^t = \alpha + \beta t = \bar{y}_t$$

A componente cíclica, o hiato do produto ( $h_t$ ), é, então, definida por:

$$y_t = \bar{y}_t + h_t$$

A especialização do trabalho na macroeconomia atribui a tarefa de estudar as forças que determinam o produto potencial ( $\bar{y}_t$ ) à teoria do crescimento econômico, e aos modelos agregativos de curto prazo, cabem explicar as razões que levam o produto a desviar-se do nível de pleno emprego dos fatores de produção ( $h_t = y_t - \bar{y}_t$ ).

Uma questão básica da macroeconomia é saber se as economias de mercado, quando estão operando a níveis diferentes do produto de pleno emprego, possuem mecanismos automáticos capazes de trazê-las de volta para o pleno emprego. A Teoria Geral de Keynes pretendia demonstrar que as economias capitalistas poderiam permanecer em equilíbrio, com elevadas taxas de desemprego. A terapêutica que se seguia deste diagnóstico, é de que o governo deveria intervir, através de combinações das políticas monetária e fiscal, com o objetivo de manter as economias capitalistas operando a pleno emprego.

O desenvolvimento teórico que se seguiu à publicação da Teoria Geral, demonstrou que Keynes estava errado quanto à hipótese de equilíbrio com desemprego. O funcionamento do sistema de preços e o comportamento dos agentes econômicos terminam por levar as economias de mercado de volta ao nível de pleno emprego, quando algum distúrbio as colocam momentaneamente numa situação de desemprego. Todavia, a intervenção do governo no processo econômico pode ser justificada por dois motivos. Em primeiro lugar, as políticas monetária e fiscal se usadas apropriadamente, podem contribuir para diminuir a amplitude dos ciclos, fazendo com que a trajetória do produto real seja mais suave, conseqüentemente mais próxima daquela do produto potencial. Em segundo lugar, se a economia for deixada à sua própria sorte, o processo de ajustamento dinâmico pode ser bastante lento. O custo social de se deixar a economia seguir seu próprio curso seria, então, bastante alto, em termos de recursos ociosos ou daqueles utilizados intensivamente.

A trajetória cíclica da Figura 1 descreve esta concepção da dinâmica macroeconômica. A economia tende a se mover na direção do nível de pleno emprego, quando, por qualquer razão ela se afasta de sua rota de longo prazo. Com efeito, quando a economia entra numa fase recessiva, ela acaba por retornar gradualmente ao nível de pleno emprego; o mesmo acontecendo quando ela entra num período de aquecimento, com uso intensivo dos seus recursos. O caminho tracejado da Figura 1 seria o resultado da política do governo para regular o nível da atividade econômica. Esta trajetória tracejada retrataria intervenções que tiveram sucesso em diminuir as flutuações econômicas. Obviamente, as intervenções do governo podem produzir resultados indesejáveis, aumentando o grau de instabilidade na economia, e amplificando os distúrbios no sistema.

A avaliação do desempenho das políticas de intervenção do governo, que tinham como objetivo diminuir as flutuações da atividade econômica, é um tema bastante controverso, sobre o qual inexistente, no momento, uma resposta definitiva. Exemplos de fracasso e de sucesso são bastante fáceis de encontrar, bastando para isto examinar-se a história recente de qualquer país do mundo capitalista.

## 2. Inflação e Nível de Atividade Econômica

A inflação e o nível de atividade econômica, medido pelo produto real da economia, são variáveis centrais na teoria macroeconômica moderna, que procura estudar as interrelações entre as mesmas. Um gráfico que ajuda a compreender a dinâmica dessas variáveis, coloca no eixo vertical a taxa de inflação e mede no eixo horizontal o nível do produto real, como indicado na Figura 2. A abscissa  $\bar{y}$  corresponde ao valor do produto potencial da economia, também denominado de produto de pleno emprego, situação onde todos os fatores de produção estão plenamente ocupados.

Um fato estilizado que se observa nas economias capitalistas é de que os preços, em geral, são procíclico. Isto significa dizer que se o produto real estiver acima do produto potencial, a taxa de inflação estará também acima da sua taxa de tendência; o contrário ocorrendo quando a economia estiver em fases recessivas. A curva SS da Figura 2 representa este fato. Com efeito, se  $\pi_o^e$  for a taxa média de inflação, para valores de  $\pi$  acima de  $\pi_o^e$  ( $\pi > \pi_o^e$ ), o produto real é maior do que o produto potencial ( $y > \bar{y}$ ). Por outro lado, quando  $\pi$  for menor do que  $\pi_o^e$  ( $\pi < \pi_o^e$ ), o produto real será inferior ao produto potencial ( $y < \bar{y}$ ). A curva SS que representa este fenômeno é denominada de curva de oferta agregada da economia.

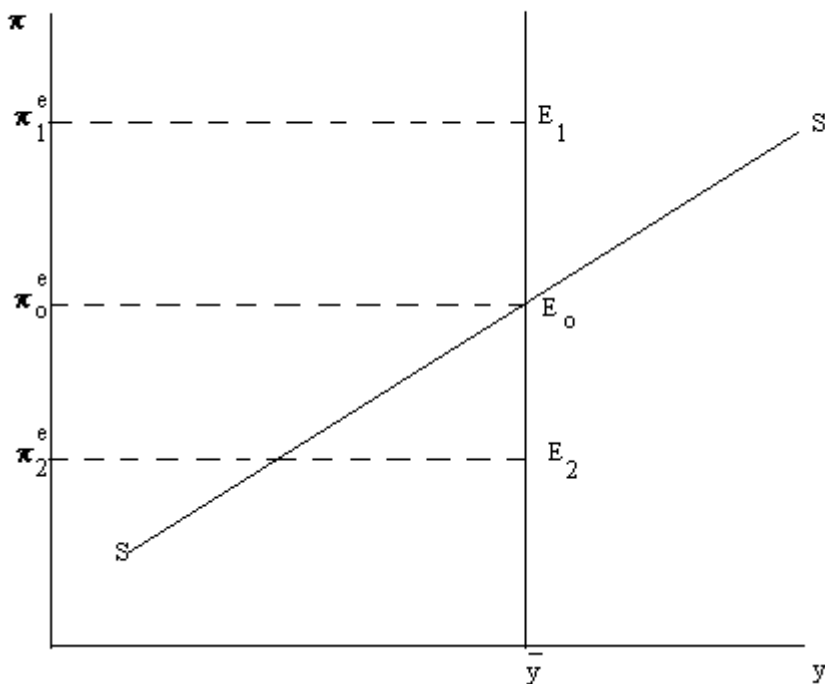


Figura 2. A Curva de Oferta Agregada

Um outro fato estilizado importante, é de que não se observa nas economias capitalistas modernas nenhuma correlação entre produto potencial e taxas médias de inflação. Assim, poderíamos ter taxas médias de inflação iguais a  $\pi_1^e$  e  $\pi_2^e$  consistentes

com o mesmo produto potencial  $\bar{y}$ , como indicado na Figura 2. Isto é equivalente a afirmar que o produto potencial independe da taxa de inflação.

Um dos avanços da pesquisa macroeconômica no período pós-guerra foi justamente o de construir modelos capazes de explicar este tipo de relação entre a taxa de inflação e o nível do produto real. O Capítulo 4 tratará deste assunto, e apresentará vários modelos que são consistentes com esta evidência empírica.

A existência de uma equação que reúne a taxa de inflação e o nível do produto real é insuficiente para determinar-se o valor de cada uma delas, pois, com uma única equação não se pode resolver um modelo com duas incógnitas.

Nos capítulos 2 e 3 desenvolve-se um modelo baseado no comportamento dos indivíduos com relação a dois tipos de decisões: i) de como eles dispõem os seus patrimônios entre os vários ativos existentes na economia, e ii) como esses indivíduos gastam os rendimentos obtidos com os recursos que empregam no processo produtivo, no consumo e na expansão de capacidade produtiva. Este modelo estabelece, debaixo de algumas condições, uma relação negativa entre a taxa de inflação e o produto real. A curva DD da Figura 3 representa tal relação. Ela é denominada de curva de demanda agregada, e sua localização no plano  $\pi$ - $y$  depende das políticas monetárias e fiscal.

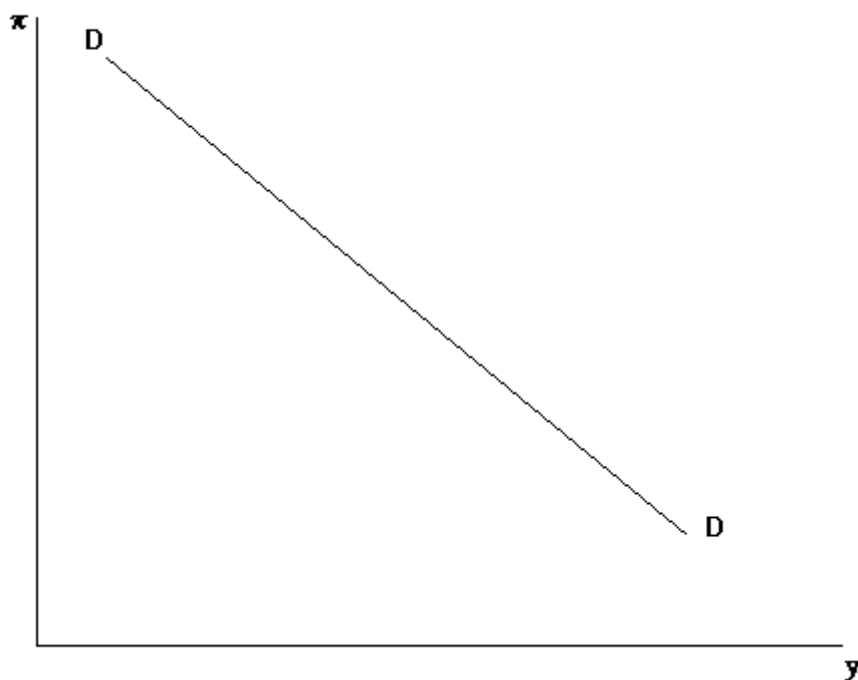


Figura 3. A Curva de Demanda Agregada

O equilíbrio de curto prazo da economia será obtido pela interseção das curvas de demanda e oferta agregada, como indicado na Figura 4.

Na Figura 4a estão representadas as três situações: i) quando a curva de demanda agregada estiver na posição  $D_0$   $D_0$  o produto real no equilíbrio de curto prazo coincidirá com o produto potencial; ii) se a curva de demanda agregada for dada por  $D_1$   $D_1$ , o produto real será maior do que o produto potencial ( $y_1 > \bar{y}$ ); e iii) quando a curva de demanda agregada for dada por  $D_2$   $D_2$ , a economia estará numa recessão, pois o produto real estará abaixo do produto potencial ( $y_2 < \bar{y}$ ). Observe-se, então que os deslocamentos

da curva de demanda agregada são capazes de explicar fatos que ocorrem como o fenômeno do ciclo econômico observado nas economias capitalistas.

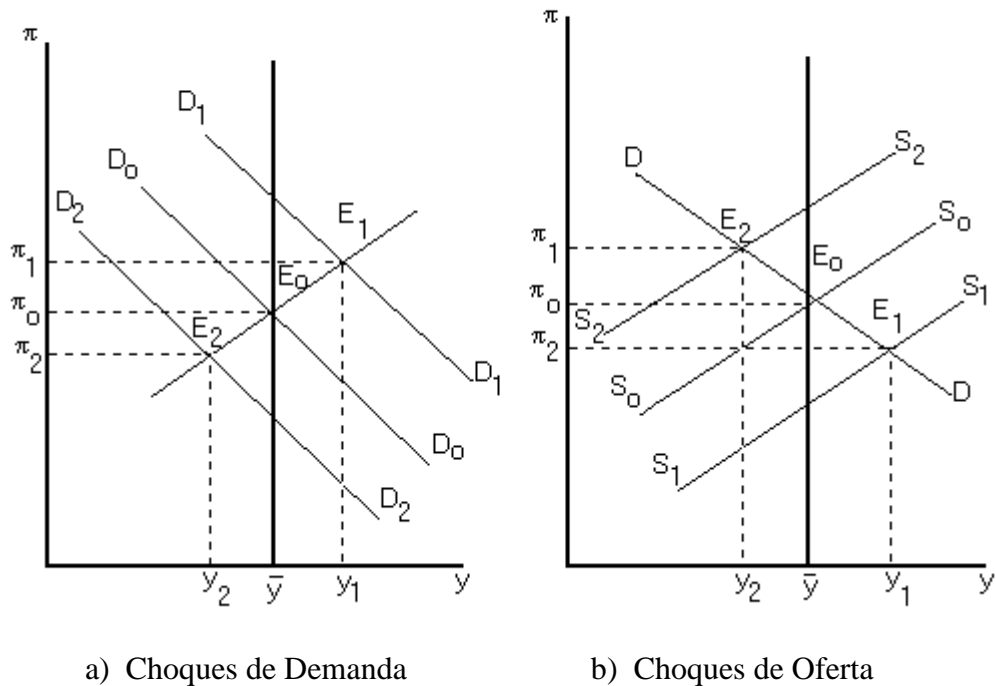


Figura 4. Equilíbrio de Curto Prazo: As Curvas de Oferta e Demanda Agregadas

Uma outra possibilidade para explicar a ocorrência de hiatos negativos ou positivos do produto, se obtém com o deslocamento da curva de oferta agregada, em virtude de choques de oferta. Estes tipos de choques só passaram a ser estudados, e consequentemente serem discutidos na literatura econômica do hemisfério norte, depois do primeiro choque do petróleo no início da década dos 70. A Figura 4b representa três situações de equilíbrio de curto prazo, nas quais o produto real é menor ( $y_2 < \bar{y}$ ), igual ( $y = \bar{y}$ ) e maior ( $y_1 > \bar{y}$ ) do que o produto potencial. O primeiro caso descreve um choque de oferta adverso, em que a curva de oferta desloca-se de  $S_0 S_0$  para  $S_2 S_2$ ; na segunda hipótese o hiato do produto é nulo ( $h = y - \bar{y} = 0$ ); a terceira hipótese é um choque de oferta favorável, com a curva de oferta agregada mudando sua posição de  $S_0 S_0$  para  $S_1 S_1$ .

A Figura 1, que descreve o ciclo econômico, mostra que o produto real embora desvie-se do produto potencial, eventualmente retorna ao nível de pleno emprego. A implicação deste fato é que os equilíbrios de curto prazo, que correspondem aos pontos  $E_1$  e  $E_2$  da Figura 4, são temporários. Portanto, devem existir forças que movem a economia na direção do equilíbrio do produto de pleno emprego. No capítulo 5 serão desenvolvidos vários modelos que procuram estudar a dinâmica macroeconômica, onde o papel das expectativas dos agentes econômicos é fundamental no processo de ajustamento de uma situação de equilíbrio de curto para longo prazo.

# CAPÍTULO 2

## AS CURVAS IS E LM: A DEMANDA AGREGADA

As curvas IS e LM são os lugares geométricos, no plano formado pelas variáveis taxa de juros e nível de renda real, dos pontos que asseguram equilíbrio nos mercados de bens e serviços e monetário, respectivamente.

Este capítulo tem como objetivo, apresentar os fundamentos dessas duas curvas, explicitando diversos casos particulares que têm servido de base para disputas sobre a potência das políticas monetária e fiscal. Introduce-se, também, algumas hipóteses sobre a dinâmica de ajustamento dos mercados monetário e de bens e serviços, quando a economia é submetida a choques provenientes de mudanças das variáveis exógenas que movem o modelo.

A curva de demanda agregada é o lugar geométrico no plano formado pelas variáveis nível de preços, ou de inflação, e nível de renda real, dos pontos que correspondem ao equilíbrio simultâneo nos mercados monetário e de bens e serviços.

O equilíbrio de um mercado para um produto qualquer é determinado a partir da interseção marshalliana, pela interseção das duas lâminas da tesoura: a de demanda e a da oferta. A curva de demanda agregada, embora de natureza diferente das curvas de demanda de equilíbrio parcial, é um instrumento importante para analisar-se o equilíbrio geral de curto prazo da economia como um todo.

Este capítulo apresenta também as principais propriedades da curva de demanda agregada. A outra lâmina da tesoura, a oferta agregada, será estudada no próximo capítulo.

### 1. Modelos Keynesianos: Propriedades Básicas

Esta seção tem como objetivo apresentar algumas propriedades básicas dos modelos keynesianos. Em primeiro lugar, discute-se a estrutura agregativa destes modelos de curto prazo, baseada na agregação dos diferentes ativos da economia. Em seguida, é derivada a Lei de Walras, a partir das restrições orçamentárias do governo e do setor privado da economia. A seção prossegue com a definição da poupança, e finaliza com a apresentação da Lei de Walras quando as variáveis econômicas são consideradas contínuas. A hipótese de tratar as variáveis econômicas como se elas fossem contínuas, permite uma análise mais simplificada, do ponto de vista técnico, de alguns modelos econômicos.

### A Estrutura Agregativa dos Modelos Keynesianos

Os modelos de curto prazo podem ser construídos a partir de diferentes concepções da estrutura agregativa dos ativos existentes na economia. Para se ter uma idéia mais precisa desta questão, consideremos uma economia com quatro tipos de agentes econômicos: a) as famílias, b) as empresas, c) os bancos e d) o governo. Numa especificação mais detalhada poderíamos introduzir outros tipos de intermediários financeiros além dos bancos, e levar em conta as relações financeiras desta economia com as demais economias do mundo.

Os ativos das famílias são constituídos de papel moeda, depósitos bancários, títulos emitidos pelo governo e ações das empresas. No passivo das famílias estão os empréstimos contraídos no sistema bancário. A diferença entre o total do ativo e os empréstimos é igual ao patrimônio líquido das famílias. Isto é:

$$W = C_f + D_f + T_f + A - L_f$$

Quadro I  
Balanço das Famílias

Ativo	Passivo
1) Papel Moeda..... $C_f$	1) Empréstimos..... $L_f$
2) Depósitos..... $D_f$	2) Patrimônio..... $W$
3) Títulos do Governo..... $T_f$	
4) Ações..... $A$	
$C_f + D_f + T_f + A$	$L_f + W$
$=$	

O passivo das empresas consiste dos empréstimos com os bancos e das ações por elas emitidas. Os itens do ativo são os seguintes: 1) papel moeda, 2) depósitos bancários, 3) títulos emitidos pelo governo e 4) os bens de capital das empresas. Obviamente, o total do ativo deve ser igual ao total do passivo como indicado no quadro abaixo (Quadro II).

Os bancos têm como fonte de seus recursos os depósitos das famílias e das empresas. As aplicações dos recursos dos bancos consiste nas: i) reservas bancárias junto ao Banco Central, ii) em títulos públicos emitidos pelo governo, e iii) nos empréstimos feitos às famílias e às empresas. Por simplicidade não estamos considerando o capital próprio dos bancos, e admitindo também que as suas reservas sob a forma de papel moeda são iguais a zero. O Quadro III, a seguir, detalha o balanço patrimonial dos bancos.

Quadro II  
Balanço das Empresas

Ativo	Passivo
1) Papel Moeda..... $C_e$	1) Ações..... $A$
2) Depósitos..... $D_e$	2) Empréstimos..... $L_e$
3) Títulos do Governo..... $T_e$	
4) Bens de Capital..... $K_e$	
$C_e + D_e + T_e + K_e$	$A + L_e$
$=$	

Quadro III

### Balço dos Bancos Comerciais

Ativo	Passivo
1) Reservas Bancárias.....R	1) Depósitos.....D
2) Títulos do Governo.....T <sub>b</sub>	a) Famílias.....D <sub>f</sub>
3) Empréstimos.....L	b) Empresas....D <sub>e</sub>
a) Famílias.....L <sub>f</sub>	
b) Empresas.....L <sub>e</sub>	
$R + T_b + L = D$	

O balanço do governo é o resultado da consolidação dos balanços do Banco Central e do Tesouro. Os itens do passivo são os seguintes: i) papel moeda, ii) reservas bancárias e iii) títulos do governo em poder das famílias, das empresas e dos bancos. O ativo consiste dos bens de capital do governo (prédios, equipamentos e demais instalações utilizadas na produção dos bens e serviços públicos). Poderíamos introduzir um item para fechar o balanço do governo. Todavia, como isto é irrelevante no que se segue, deixaremos de fazê-lo.

#### Quadro IV

### Balço do Governo

Ativo	Passivo
1) Bens de Capital.....K <sub>g</sub>	1) Papel Moeda.....C
	a) Família.....C <sub>f</sub>
	b) Empresas...C <sub>e</sub>
	2) Reservas Bancárias.....R
	3) Títulos do Governo.....T
	a) Famílias.....T <sub>f</sub>
	b) Empresas....T <sub>e</sub>
	c) Bancos.....T <sub>b</sub>

A estrutura do modelo agregativo de curto prazo que estudaremos no Capítulo 3, não considera a existência de um sistema bancário. Isto equivale a consolidar o governo com os bancos, de acordo com o Quadro V.

#### Quadro V

### Balço Consolidado dos Bancos e do Governo

Ativo	Passivo
1) Empréstimos.....L	1) Depósitos.....D
2) Bens de Capital.....K <sub>g</sub>	2) Papel Moeda.....C
	3) Títulos do Governo.....T-T <sub>b</sub>

As famílias e as empresas são consolidadas também, obtendo-se o balanço patrimonial do setor privado da economia. Denominando-se de títulos (B) em poder do setor privado, o total de títulos do governo que ele detém menos o total dos empréstimos contraídos ( $B=T-T_b-L$ ), e de moeda à soma do papel moeda com os depósitos à vista ( $M=C+D$ ), o patrimônio do setor privado é, então, definido por:

$$W = M + B + K_e$$

Uma hipótese adicional que será feita no Capítulo 2 é de que os títulos (B) e o capital (K<sub>e</sub>) são substitutos perfeitos no portfolio dos indivíduos, e que, portanto, as taxas de retorno nestes dois ativos são sempre iguais.

#### Quadro VI

##### Balanço Consolidado do Setor Privado (famílias + empresas)

Ativo	Passivo		
1) Papel Moeda	C	1) Empréstimos	L
2) Depósitos	D	2) Patrimônio	W
3) Títulos do Governo	T-T <sub>b</sub>		
4) Bens de Capital	K <sub>e</sub>		
$C + D + T - T_b + K_e = L + W$			

#### A Lei de Walras

O modelo agregativo de curto prazo que apresentaremos considera uma economia estilizada que pode ser representada por quatro mercados: o de mão de obra, o de bens e serviços, o de títulos e o de moeda.

O setor privado da economia, incluindo-se aí as empresas e os indivíduos, deve obedecer a sua restrição orçamentária, que é a seguinte:

$$M_{t-1} + B_{t-1} + P_t K_{t-1} + r_t B_{t-1} + P_t Y_t \equiv$$

$$M_t^d + B_t^d + P_t (K_t^d + c_t + \tau_t)$$

Esta identidade simplesmente afirma que o total de recursos, é igual à soma dos valores dos estoques iniciais de moeda ( $M_{t-1}$ ), de títulos ( $B_{t-1}$ ), de capital ( $P_t K_{t-1}$ ), mais os juros provenientes dos títulos ( $r_t B_{t-1}$ ) e a renda obtida no período ( $P_t y_t$ ), deve ser

necessariamente igual ao valor total das aplicações com moeda ( $M_t^d$ ), títulos ( $B_t^d$ ), bens de capital ( $P_t K_t^d$ ), compra de bens de consumo ( $P_t c_t$ ) e pagamento de impostos ( $P_t \tau_t$ ).

O governo financia seus gastos na aquisição de bens e serviços ( $P_t g_t$ ), seja para consumo ou investimento, e no pagamento de juros da dívida pública ( $r_t B_{t-1}$ ) através de impostos ( $P_t \tau_t$ ), da emissão de moeda ( $M_t - M_{t-1}$ ) e de títulos ( $B_t - B_{t-1}$ ). Isto é:

$$P_t g_t + r_t B_{t-1} \equiv P_t \tau_t + M_t - M_{t-1} + B_t - B_{t-1}$$

A consolidação dessas duas identidades fornece a restrição orçamentária para a economia como um todo, ou seja:

$$M_t - M_t^d + B_t - B_t^d + P_t (y_t - d_t) \equiv 0$$

onde o dispêndio real  $d_t$  é igual à soma do consumo ( $c_t$ ), do investimento ( $i_t = K_t^d - K_{t-1}$ ) e dos gastos do governo:  $d_t = c_t + i_t + g_t$ .

A Lei de Walras aplicada neste caso, com base na identidade precedente, afirma que se dois mercados estiverem em equilíbrio, o terceiro mercado também estará em equilíbrio. Com efeito, suponha que os mercados de bens e serviços e de moeda estejam em equilíbrio. Isto é:  $y_t = d_t$  e  $M_t = M_t^d$ . Segue-se, então, que o mercado de títulos estará em equilíbrio, pois  $B_t - B_t^d \equiv 0$ .

A Lei de Walras nos permite, portanto, a eliminação de um dos três mercados quando se deseja estudar a nossa economia estilizada. Na tradição macroeconômica costuma-se eliminar o mercado de títulos. Seguiremos esta tradição, concentrando nossa análise nos mercados de bens e serviços e de moeda.

Cabe observar que na restrição do setor privado a renda nominal é igual ao valor dos rendimentos efetivamente percebidos no período. Isto significa dizer que o mercado de mão-de-obra pode estar em desequilíbrio enquanto os demais mercados estão em equilíbrio.

### Renda Disponível e Poupança

A renda disponível do setor privado ( $y_t^d$ ) é igual à renda total adicionada aos juros reais da dívida pública, subtraída dos impostos, inclusive o imposto inflacionário:

$$y_t^d \equiv y_t + \frac{(r_t - \pi_t) B_{t-1}}{P_t} - \tau_t - \frac{\pi_t M_{t-1}}{P_t}$$

onde  $\pi_t$  é a taxa de inflação ( $1 + \pi_t = P_t/P_{t-1}$ ).

A poupança é definida como o excesso da renda disponível sobre o consumo:

$$s_t \equiv y_t^d - c_t$$

Substituindo-se o valor de  $y_t^d$  nesta expressão tem-se:

$$s_t \equiv y_t + \frac{(r_t - \pi_t) B_{t-1}}{P_t} - \tau_t - \frac{\pi_t M_{t-1}}{P_t} - c_t$$

Quando o mercado de bens e serviços estiver em equilíbrio o produto é igual ao dispêndio ( $y_t = d_t$ ). Nestas circunstâncias segue-se que a poupança é igual à soma dos investimentos e do déficit real do governo:

$$s_t = i_t + g_t + \frac{(r_t - \pi_t) B_{t-1}}{P_t} - \tau_t - \pi_t \frac{M_{t-1}}{P_t}$$

O déficit real do governo é obtido quando a restrição orçamentária do mesmo é escrita da seguinte forma:

$$g_t + \frac{(r_t - \pi_t) B_{t-1}}{P_t} - \tau_t - \pi_t \frac{M_{t-1}}{P_t} = \Delta m_t + \Delta b_t$$

onde  $\Delta m_t + \Delta b_t$  é o crescimento da dívida real do governo com o aumento dos estoques reais de moeda e de títulos. Isto é:

$$\Delta m_t = m_t - m_{t-1} = \frac{M_t}{P_t} - \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$$\Delta b_t = b_t - b_{t-1} = \frac{B_t}{P_t} - \frac{B_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Conclui-se, portanto, que em equilíbrio, a poupança financia os acréscimos dos estoques de capital, de moeda e de títulos:

$$s_t = i_t + \Delta m_t + \Delta b_t$$

No que se segue deixaremos de explicitar, por simplicidade, os juros reais e o imposto inflacionário na definição da renda disponível.

### Variáveis Contínuas: Fluxos x Estoques

A Lei de Walras foi até agora apresentada com variáveis medidas em termos discretos. É interessante apresentá-la também, para o caso de variáveis contínuas.

A restrição orçamentária do governo será dada, então, por:

$$\Delta t P_t g_t + r_t \Delta t B_t \equiv \Delta t P_t \tau_t + M_{t+\Delta t} - M_t + B_{t+\Delta t} - B_t$$

onde  $\Delta t$  é o intervalo de tempo,  $g_t$  e  $\tau_t$  são, respectivamente, os fluxos por unidade de tempo dos gastos e dos tributos arrecadados pelo governo,  $P_t$  é o índice de preços em  $t$ ,  $B_t$  e  $M_t$  são os estoques nominais de títulos e de moeda no  $t$ -ésimo instante. Dividindo-se ambos os lados desta expressão por  $\Delta t$ , obtém-se:

$$P_t g_t + r_t B_t - P_t \tau_t \equiv \frac{M_{t+\Delta t} - M_t}{\Delta t} + \frac{B_{t+\Delta t} - B_t}{\Delta t}$$

Quando o intervalo de tempo aproxima-se de zero,  $\Delta t \rightarrow 0$ , o limite desta restrição é igual a:

$$P_t g_t + r_t B_t - P_t \tau_t \equiv \frac{dM}{dt} + \frac{dB}{dt}$$

onde  $dM/dt$  e  $dB/dt$  são as derivadas com relação ao tempo dos estoques de moeda e de títulos, respectivamente. Esta restrição orçamentária do governo afirma que, em cada momento do tempo, o governo deve financiar o excesso de gastos, com bens e serviços e pagamentos de juros da dívida pública, sobre a arrecadação tributária, através de variações do estoque de moeda ou do estoque de títulos, ou de ambos.

A restrição do setor privado no caso de variáveis contínuas pode ser escrita do seguinte modo:

$$M_t + B_t + P_t K_t + \Delta t r_t B_t + \Delta t P_t y_t \equiv M_{t+\Delta t}^d + B_{t+\Delta t}^d + P_{t+\Delta t} K_{t+\Delta t}^d + \Delta t P_t c_t + \Delta t P_t \tau_t$$

onde  $c_t$  é o fluxo de consumo,  $y_t$  é o fluxo de renda, a letra  $K$  representa o estoque de capital. Esta expressão pode ser rearranjada da seguinte forma:

$$M_t - M_{t+\Delta t}^d + B_t + P_t K_t - B_{t+\Delta t}^d - P_{t+\Delta t} K_{t+\Delta t}^d + \Delta t (P_t y_t + r_t B_t - P_t c_t - P_t \tau_t) \equiv 0$$

Quando o intervalo de tempo tende a zero,  $\Delta t \rightarrow 0$ , é fácil concluir-se que a restrição do setor privado transforma-se em duas:

$$\begin{aligned} M_t - M_t^d + (B_t + K_t - B_t^d - K_t^d) &\equiv 0 \\ P_t y_t + r_t B_t - P_t c_t - P_t \tau_t &\equiv s_t \end{aligned}$$

A primeira restrição nos diz que a cada instante de tempo, o estoque da riqueza deve ser alocado entre moeda e títulos, lembrando-se que no modelo keynesiano o estoque de capital está incluído no estoque de títulos. A consequência desta primeira restrição é que, para variáveis contínuas, se o mercado monetário estiver em equilíbrio, o mercado de títulos também estará. Portanto, basta estudar o equilíbrio de um dos dois mercados, pois, o outro estará automaticamente em equilíbrio.

A segunda restrição do setor privado refere-se aos fluxos. Ela afirma que a poupança do setor privado é igual à diferença entre a soma da renda com os juros recebidos e os gastos com consumo e com o pagamento de impostos.

## 2. Equilíbrio no Mercado de Bens e Serviços: A Curva IS

O dispêndio agregado numa economia fechada, que não tem relações econômicas com outros países, é a soma do consumo  $c$ , do investimento  $i$  e dos gastos do governo  $g$ . Isto é:

$$d = c + i + g$$

onde as variáveis estão medidas em termos reais, ou seja, a cruzeiros de um determinado ano.

Admitiremos que o consumo depende da renda disponível de acordo com:

$$c = c(y - t), \quad 0 < c_y < 1$$

onde  $t$  é o total de impostos arrecadados pelo governo. A propensão marginal a consumir  $C_y = \partial c / \partial y$  está compreendida entre zero e um.

O investimento e a taxa de juros variam em sentidos contrários, de acordo com a seguinte função investimento:

$$i = i(r) \quad , \quad i_r < 0$$

onde  $i_r$  indica a derivada de  $i$  com respeito a  $r$ .

O nível de gastos do governo é fixado exogenamente. Por simplicidade, admitiremos também que o governo determina o nível de tributos de maneira exógena. O dispêndio agregado da economia é dado, então, por:

$$d = c(y - t) + i(r) + g$$

O equilíbrio no mercado de bens e serviços ocorre quando o produto for igual ao nível de dispêndio:

$$y = d$$

ou ainda:

$$(2) \quad y = c(y - t) + i(r) + g$$

A Figura 1 mostra os valores de  $y$  e  $r$  que equilibram o mercado de bens e serviços. A taxa de juros  $r_0$  corresponde ao nível de produto  $y_0$ . Quando a taxa de juros diminui de  $r_0$  o nível de investimentos aumenta e, conseqüentemente, o nível de produto cresce de  $y_0$  para  $y_1$ . Pontos a direita e acima da curva IS, como o ponto B são pontos de excesso de oferta no mercado de bens e serviços pois, para um dado nível de produto, a taxa de juros elevada acarreta um nível de investimento baixo e, portanto, um nível de dispêndio inferior ao nível de produção. Pontos a esquerda e abaixo da Curva IS, como o ponto A, são pontos de excesso de demanda no mercado de bens e serviços porque, para um dado nível de produto, a taxa de juros baixa induz a um nível de investimento elevado gerando um nível de dispêndio superior ao nível de produção.

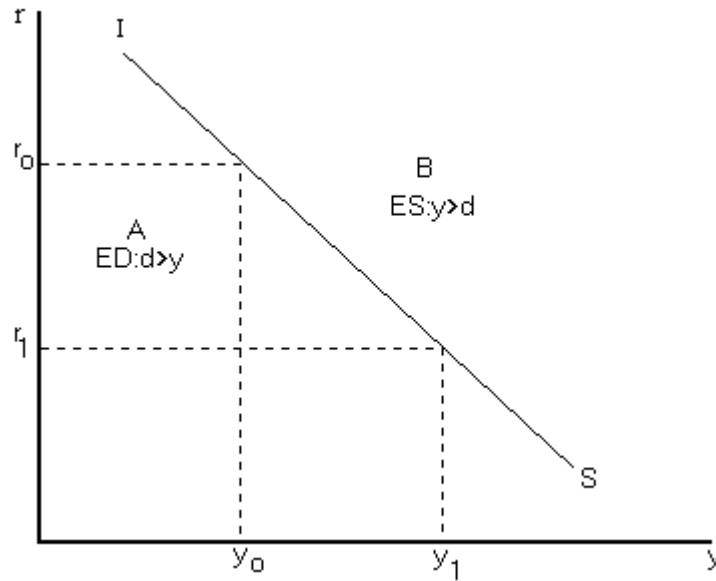


Figura 1. A Curva IS

A Curva IS é traçada supondo-se constante os níveis de despesas do governo, assim como o total de impostos. A Figura 2 mostra o que acontece com a curva IS quando os gastos do governo ou os impostos variam. O aumento dos gastos do governo, ou a diminuição dos impostos, desloca a curva IS para cima e para a direita, em virtude do aumento do dispêndio agregado para uma dada taxa de juros. A diminuição dos gastos do governo, ou o aumento dos impostos, desloca a Curva IS para baixo e para a esquerda porque, para uma dada taxa de juros, o nível de dispêndio agregado diminui.

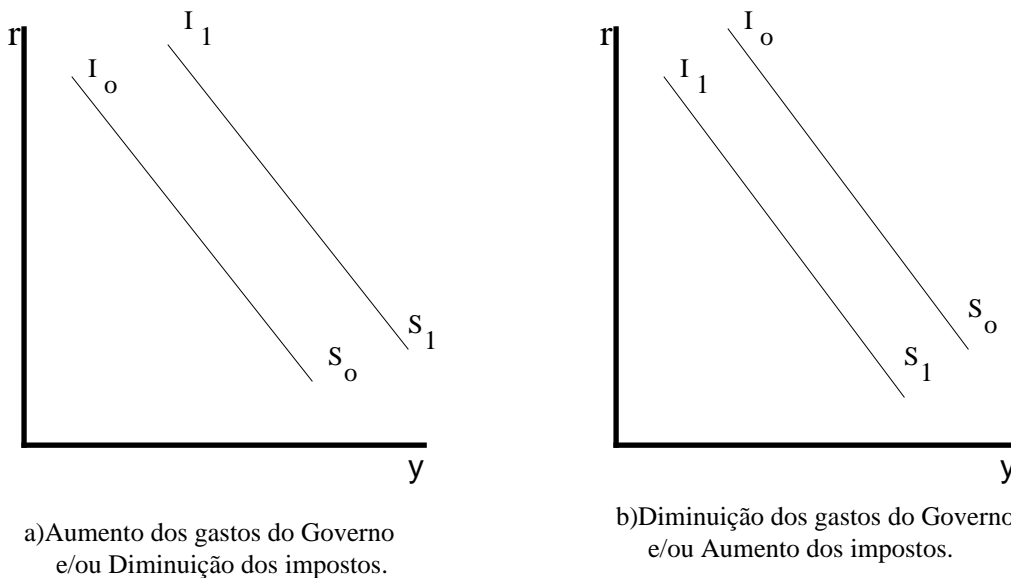


Figura 2. Estática Comparativa da Curva IS

Essas conclusões qualitativas acerca dos descolamentos da Curva IS podem ser facilmente verificados analiticamente a partir da diferencial da equação (2):

$$(3) \quad dy = c_y (dy - dt) + i_r dr + dg$$

A Curva IS deriva este nome devido ao fato de que o equilíbrio no mercado de bens e serviços pode ser colocado em termos de investimento (I) e poupança (S, do inglês savings). Com efeito, a renda é gasta com aquisição de bens de consumo, com o pagamento de impostos, e com a poupança:

$$y = c + t + s$$

Como a renda é igual ao dispêndio, que por sua vez é a soma do consumo, do investimento e dos gastos do governo:

$$y = c + i + g$$

segue-se, portanto, que

$$s + t = i + g$$

ou ainda que a poupança financia o investimento e o déficit do governo:

$$s = i + g - t$$

Da função consumo obtém-se a poupança como função de renda disponível,  $s=s(y-t)$ . Segue-se, portanto, que a equação da curva IS pode, também ser expressa por:

$$i(r) + g - t = s(y - t).$$

### Casos Particulares da Curva IS

A Figura 3 mostra dois casos particulares da Curva IS. No primeiro a Curva é horizontal, e corresponde ao caso "clássico". No segundo, que denominaremos de "interseção keynesiana", por razões que ficarão claras logo adiante, a Curva IS é vertical.

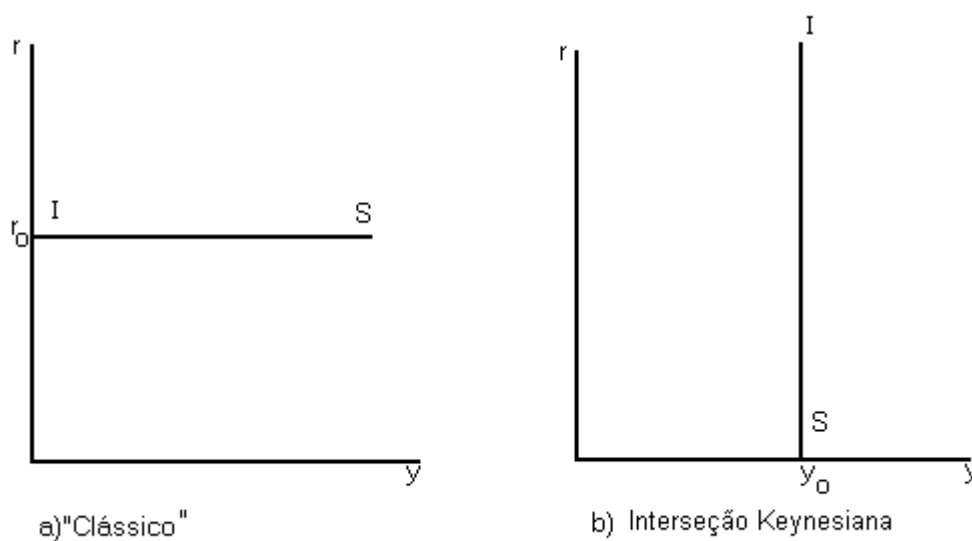


Figura 3. Casos Particulares da Curva IS

No caso clássico a poupança não depende do nível de renda mas sim da taxa de juros. Assim, o equilíbrio entre poupança e investimento se traduz pela equação:

$$s(r) = i(r) + g - t$$

Esta equação está representada na Figura 4. A Curva SS indica que a poupança aumenta com a taxa de juros, a curva II é a função de investimento, e na curva I' I' o déficit do governo foi adicionado ao nível de investimento para cada taxa de juros.

Existe uma outra possibilidade da Curva IS ser horizontal, diferente do caso clássico. Isto pode ocorrer quando a elasticidade do investimento em relação à taxa de juros for infinita.

No caso particular da "interseção keynesiana" o investimento não depende da taxa de juros.

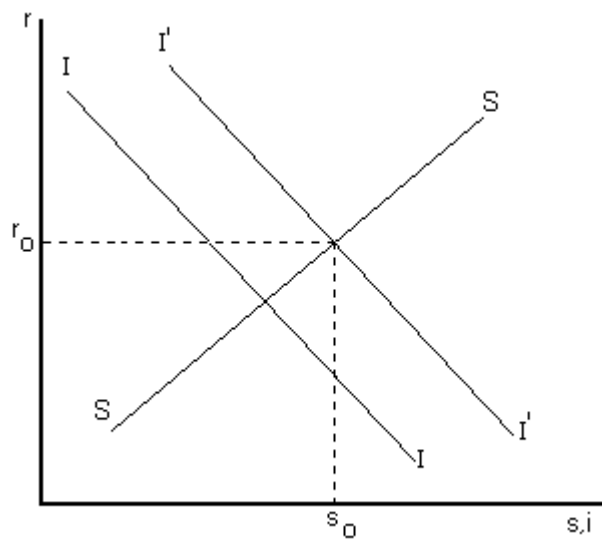


Figura 4. Caso Clássico

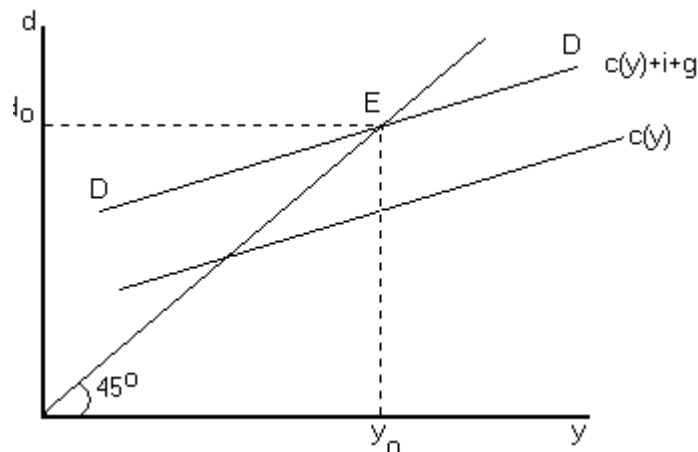


Figura 5. A Interseção Keynesiana

A Figura 5 mostra o porque da denominação de "interseção keynesiana" para este caso particular da Curva IS. No eixo vertical desta figura mede-se o dispêndio agregado, no eixo horizontal o nível de renda (= produto). A reta de 45° passando pela origem mostra os

pontos em que o nível de dispêndio é igual ao nível de produto. O equilíbrio no mercado de bens e serviços ocorre no ponto E onde a reta DD intercepta a reta de 45° que passa pela origem.

### 3. Equilíbrio no Mercado Monetário: A Curva LM

A quantidade real demandada de moeda depende do nível de renda e do custo de oportunidade de reter moeda ao invés de outro ativo financeiro, no nosso modelo representado por títulos. Este custo de oportunidade é medido pela taxa de juros. A equação de demanda de moeda pode ser, então, expressa por:

$$\frac{M^d}{P} = L(y, r), L_y > 0 \text{ e } L_r < 0$$

A quantidade real demandada de moeda varia no mesmo sentido do nível de renda real e em sentido contrário à taxa de juros. A quantidade nominal demandada de moeda é proporcional ao nível de preços pois o que interessa àqueles que retêm moeda é o poder de compra da mesma, em termos de bens e serviços, e não o valor nominal do estoque de moeda que possuem em seus portfólios.

Admitiremos que a quantidade nominal ofertada de moeda é fixada exogenamente pelas autoridades monetárias, ou seja:

$$M^s = M$$

O equilíbrio no mercado monetário ocorre quando a quantidade ofertada é igual à quantidade demandada de moeda:

$$M^s = M^d$$

Substituindo-se as equações de demanda e oferta nesta condição de equilíbrio, obtém-se a equação da Curva LM:

$$M = P L(y, r)$$

A Figura 6 mostra a Curva LM, traçada para uma dada quantidade nominal de moeda (M) e para um dado nível de preços (P). Quando a taxa de juros sobe de  $r_0$  para  $r_1$ , o nível de renda que equilibra o mercado monetário aumenta de  $y_0$  para  $y_1$ , pois a elevação de taxa de juros diminui a quantidade real demandada de moeda e, conseqüentemente, um aumento da renda é necessário para compensar esta queda na quantidade demandada.

Os pontos abaixo e a direita da curva LM, como o ponto B, são pontos de excesso de demanda no mercado monetário. Com efeito, nestas circunstâncias para um dado nível

de renda, a taxa de juros baixa implica num encaixe real desejado de moeda que é superior àquele existente na economia. Olhando o mesmo fenômeno de outro prisma, é fácil perceber que para uma dada taxa de juros, o nível de renda elevado acarreta uma quantidade real demandada de moeda superior à quantidade ofertada.

Os pontos acima e a esquerda da curva LM são pontos de excesso de oferta no mercado monetário, isto porque, para um dado nível de renda, a taxa de juros elevada reduz o nível de encaixe real de moeda aquém do estoque real existente na economia. Pode-se chegar a mesma conclusão observando-se que, para uma dada taxa de juros, o baixo nível de renda acarreta um nível desejado do estoque real de moeda inferior ao estoque real existente na economia.

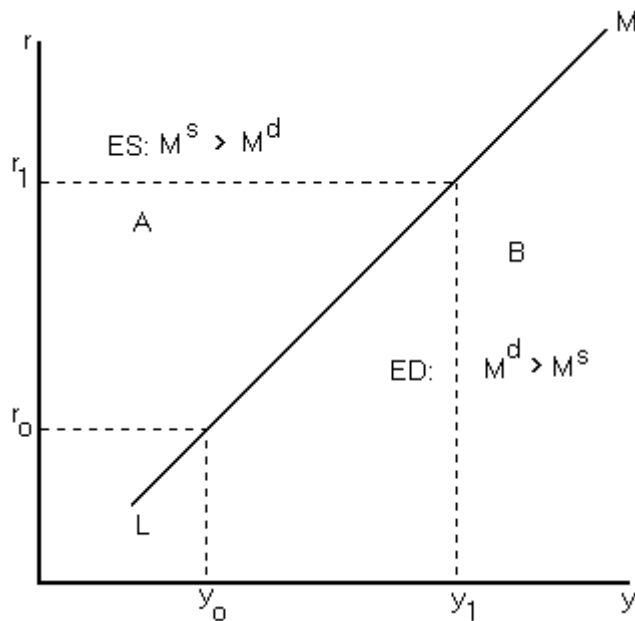


Figura 6. A Curva LM

A curva LM supõe que a quantidade de moeda e o nível de preços são constantes. Quando a quantidade nominal de moeda aumenta (diminui) a curva LM desloca-se para a direita (esquerda), como mostrado na Figura 7. Quando o nível de preços sobe (diminui), e a quantidade nominal de moeda é mantida fixa, a curva LM desloca-se para cima (baixo). Estas conclusões a partir de exercícios de estática comparativa no mercado monetário podem ser facilmente obtidos diferenciando-se ambos os lados da equação de equilíbrio neste mercado, ou seja:

$$(4) \quad dM = LdP + PL_y dy + P L_r dr$$

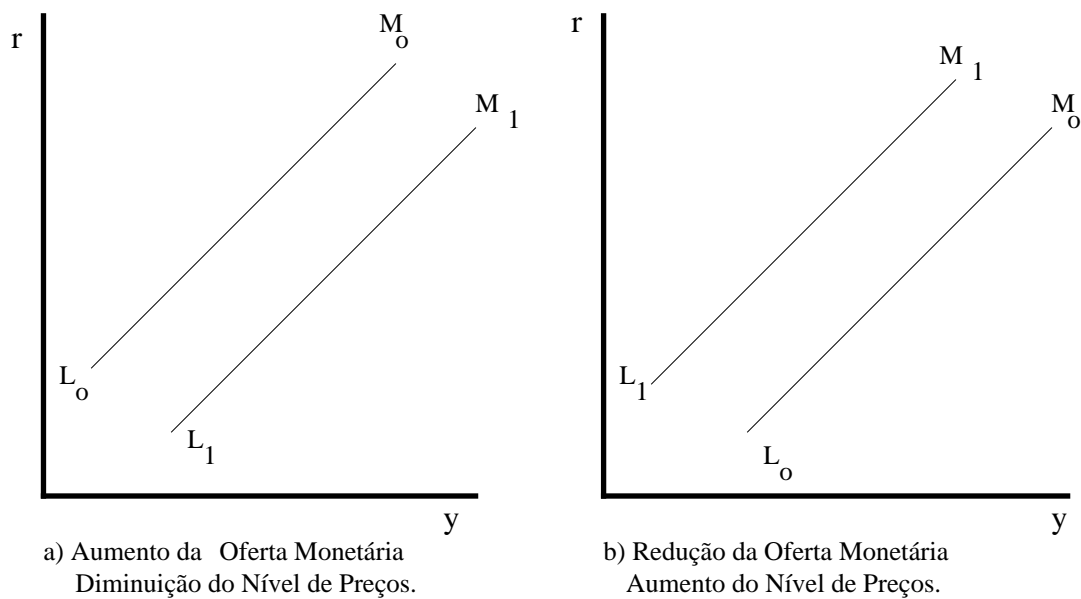


Figura 7. Estática Comparativa da Curva LM

### Casos Particulares da Curva LM

A Figura 8 mostra dois casos particulares da curva LM. A figura 8a corresponde à hipótese da armadilha da liquidez, quando a elasticidade da quantidade demandada de moeda em relação à taxa de juros é infinita. Nestas circunstâncias os indivíduos são indiferentes entre reter moeda e títulos à taxa de juros  $r_0$ . Assim, qualquer quantidade adicional de moeda injetada pelas autoridades monetárias na economia é absorvida nos portfólios dos agentes econômicos sem que haja necessidade de nenhuma modificação na taxa de juros.

Um outro caso particular em que a curva LM é horizontal ocorre quando o Banco Central resolve fixar a taxa de juros num valor constante. Obviamente, nestas circunstâncias as autoridades monetárias perdem o controle da oferta monetária, pois elas não podem fixar ao mesmo tempo a taxa de juros e a quantidade de moeda. Voltaremos a este assunto mais adiante quando tratarmos da oferta e demanda de reservas bancárias.

O caso particular da Figura 8b) corresponde à teoria quantitativa da moeda na sua versão clássica, quando a quantidade real demandada de moeda independe da taxa de juros, e a curva LM é, portanto, vertical.

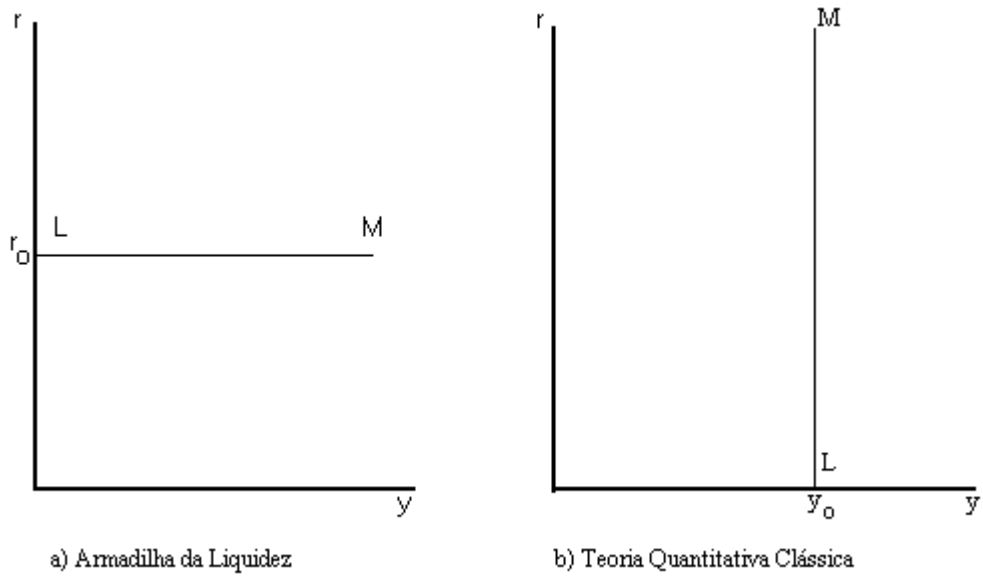


Figura 8. Casos Particulares da Curva LM

#### 4. Equilíbrio no Mercado de Bens e Serviços e no Mercado Monetário

O equilíbrio no mercado de bens e serviços e no mercado monetário ocorre no ponto em que as curvas IS e LM se interceptam, como indicado na Figura 9. À taxa de juros  $r_0$  e ao nível de renda  $y_0$  os dois mercados estão simultaneamente em equilíbrio.

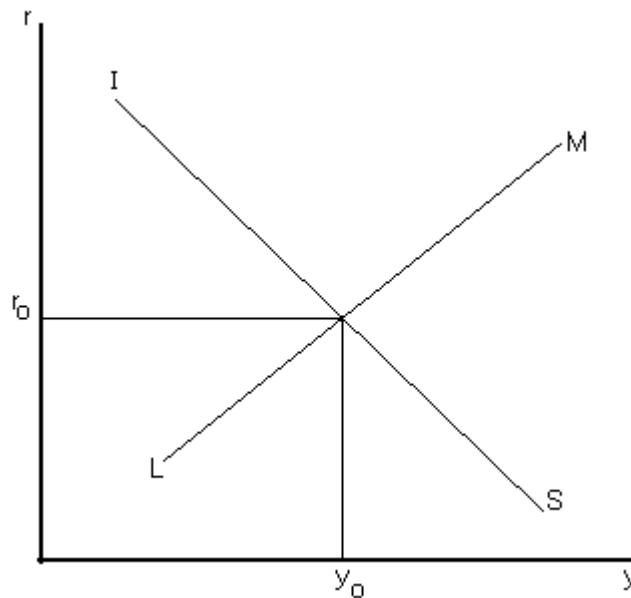


Figura 9. Equilíbrio nos Mercados de Bens e Serviços e Monetário

As curvas IS e LM supõem que sejam dados os impostos, e os gastos do governo, a quantidade nominal de moeda e o nível de preços, respectivamente. Vejamos, a seguir, como o equilíbrio da economia se altera quando estas variáveis exógenas se alteram.

### Política Monetária

Uma política monetária expansionista através do aumento da quantidade de moeda desloca a curva LM para baixo e para a direita. A Figura 10a mostra o que ocorre nestas circunstâncias: quando a curva LM desloca-se de  $L_0 M_0$  para  $L_1 M_1$  a taxa de juros diminui de  $r_0$  para  $r_1$ , enquanto o nível de renda sobe de  $y_0$  para  $y_1$ .

Uma política monetária contracionista que reduz a quantidade de moeda desloca a curva LM para a esquerda e para cima, de  $L_0 M_0$  para  $L_1 M_1$  na Figura 10b. O aperto na liquidez real da economia faz com que a taxa de juros suba de  $r_0$  para  $r_1$ . Este aumento da taxa de juros reduz os investimentos que, por sua vez, acaba por diminuir o nível de renda real na economia.

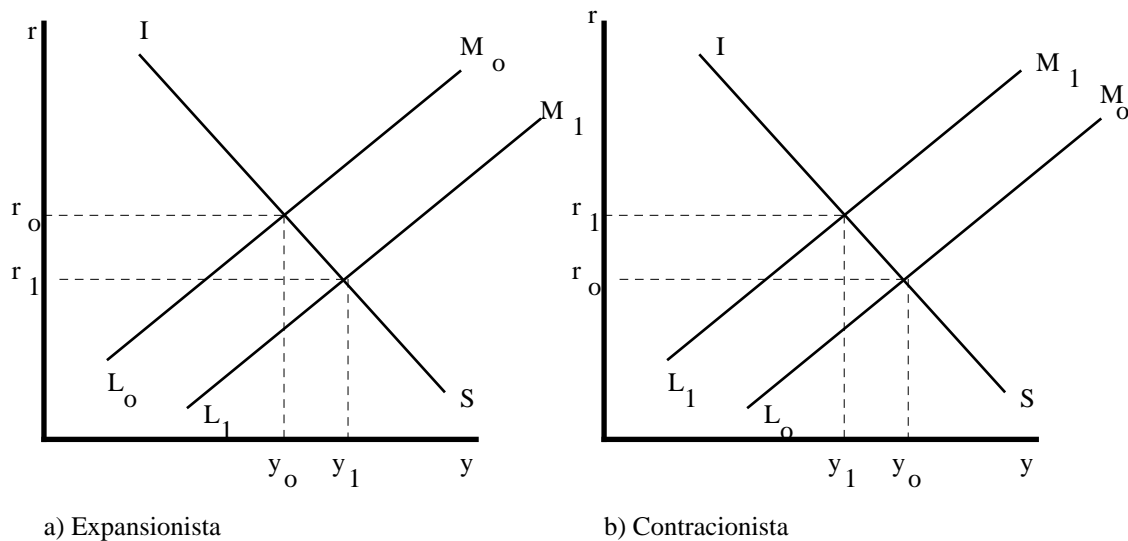


Figura 10. Política Monetária

Estes dois exemplos que acabamos de apresentar mostra que o mecanismo de transmissão de política monetária ocorre via taxa de juros, através do efeito substituição nos portfólios dos agentes econômicos. Para que os indivíduos absorvam mais (menos) moeda em suas carteiras, a taxa de juros tem que diminuir (aumentar). Estas variações da taxa de juros provocam alterações no nível de investimento e, conseqüentemente, nos níveis de dispêndio agregado e de renda real.

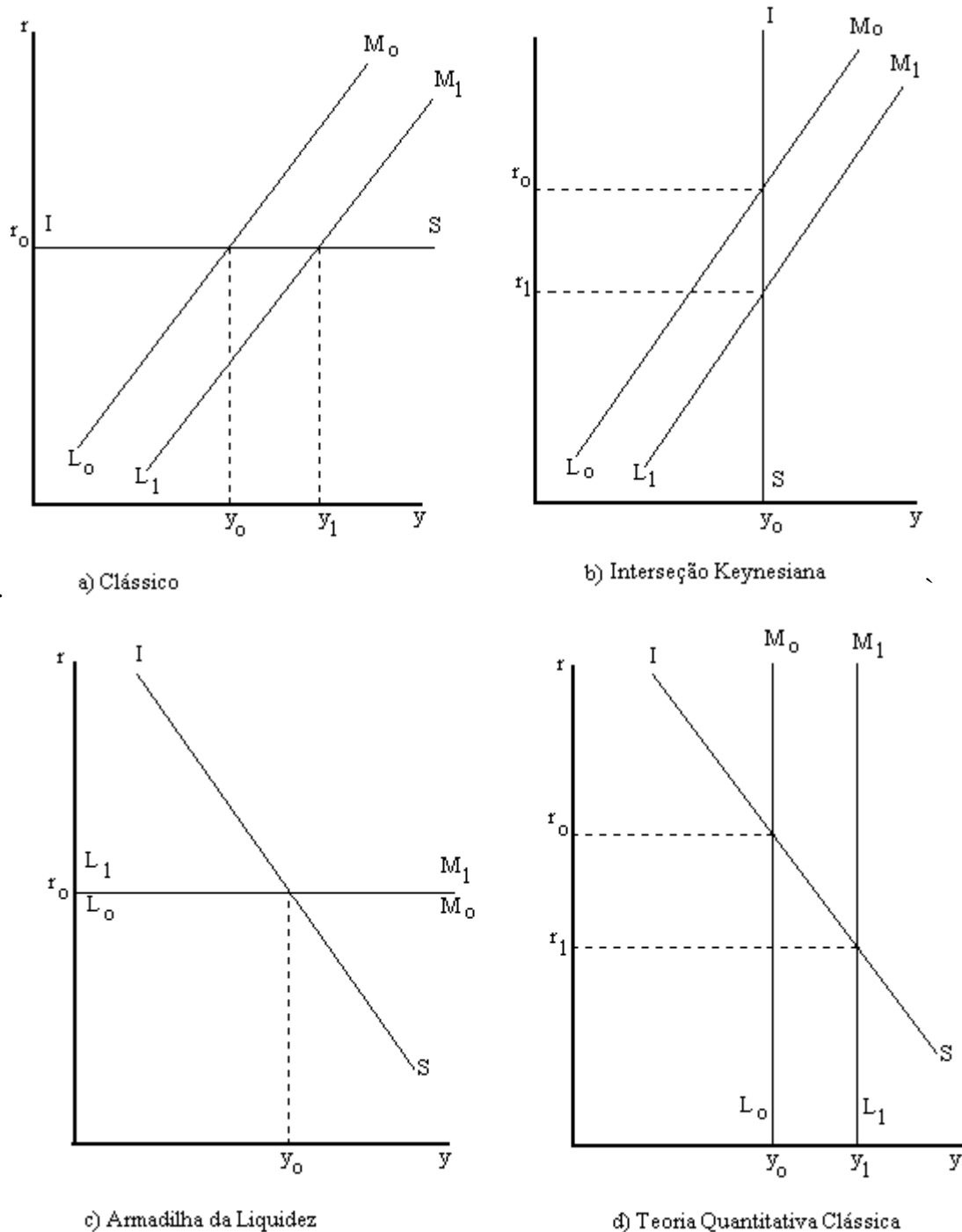


Figura 11. Efeitos da Política Monetária em Alguns Casos Particulares

Todavia, em algumas situações particulares este mecanismo não funciona. No caso clássico da Figura 11a a taxa de juros não se altera, e o deslocamento da curva LM de  $L_0$  para  $M_0$  produz o aumento da renda de  $y_0$  para  $y_1$ . Isto é, o crescimento da renda faz com que o aumento da moeda seja absorvido pelos indivíduos. Na hipótese da armadilha da liquidez, na Figura 11c, a taxa de juros também é constante e os indivíduos absorvem toda quantidade adicional de moeda injetada na economia: a política monetária é completamente inócua para afetar o nível de renda da economia.

No caso particular da interseção keynesiana, retratado na Figura 11b, o nível de renda é dado pela curva IS e o efeito da política monetária expansionista se faz sentir exclusivamente sobre a taxa de juros, que reduz-se de  $r_0$  para  $r_1$ . No caso particular da teoria quantitativa, onde a taxa de juros não afeta o nível de liquidez real desejada pelos indivíduos, a expansão da quantidade nominal da moeda reduz a taxa de juros de  $r_0$  para  $r_1$  e aumenta o nível de renda de  $y_0$  para  $y_1$ .

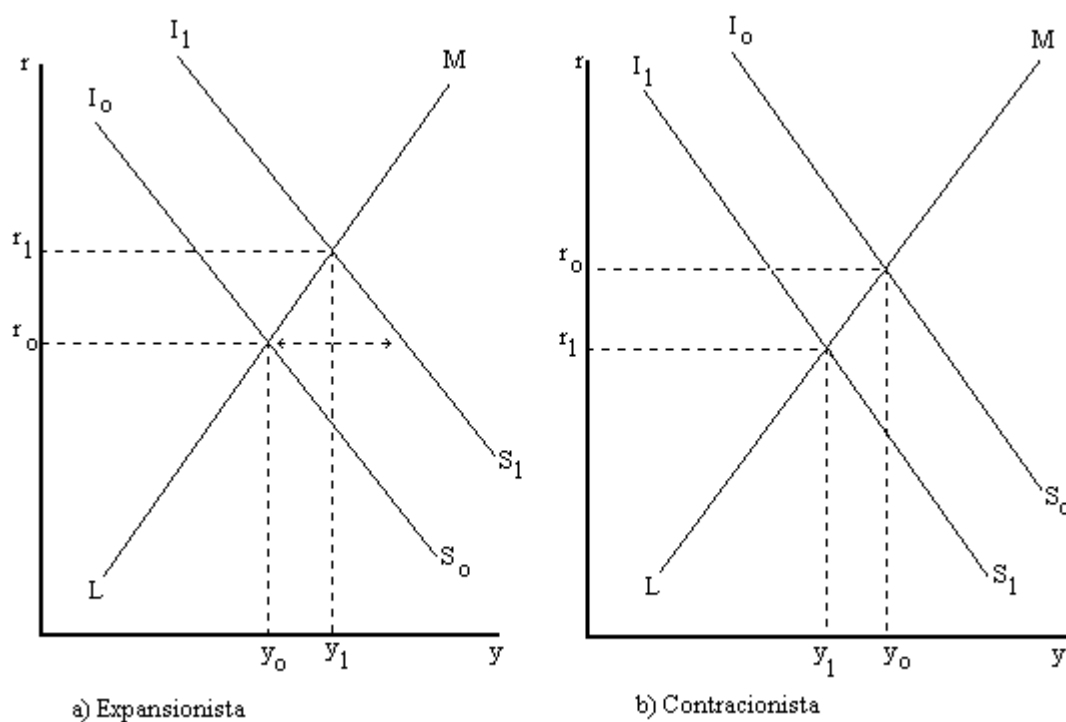


Figura 12. Política Fiscal

Política Fiscal

A política fiscal pode ser feita por duas vias, através de variações dos impostos ou dos gastos do governo. Uma política fiscal expansionista, com aumento dos gastos do governo ou redução da carga tributária, desloca a curva IS para cima e para a direita, de  $I_0 S_0$  para  $I_1 S_1$  na Figura 12a. A taxa de juros aumenta de  $r_0$  para  $r_1$ , enquanto o nível de renda cresce de  $y_0$  para  $y_1$ . Observe-se que o crescimento de renda é inferior ao aumento no déficit real do governo. Este fato ocorre em virtude do aumento da taxa de juros gerada pela expansão do déficit do governo provocar uma redução no nível de investimento privado. Este fenômeno é conhecido pelo nome em inglês de crowding-out, e ele consiste na expulsão do setor privado pelo setor público. No exemplo da Figura 12a o crowding-out, é apenas parcial.

Uma política fiscal contracionista, com redução dos gastos do governo e/ou aumento da carga tributária, desloca a curva IS para baixo e para a esquerda de  $I_0 S_0$  para  $I_1 S_1$  na Figura 12b. Nestas circunstâncias, a taxa de juros diminui de  $r_0$  para  $r_1$ , e o nível de renda decresce de  $y_0$  para  $y_1$ . A redução do déficit real do governo faz com que a taxa de juros diminua, e esta queda na taxa de juros provoca um aumento no nível de investimento do setor privado que contrabalança em parte a redução do déficit real do setor público.

Alguns casos particulares do formato das curvas IS e LM merecem atenção para que se possa compreender em que situação a política fiscal é mais ou menos potente. Na hipótese clássica, da Figura 13a, o aumento do déficit público eleva a taxa de juros de  $r_0$  para  $r_1$ , e a renda cresce de  $y_0$  para  $y_1$ . No caso particular da cruz keynesiana todo o deslocamento da curva IS resulta em aumento igual ao nível de renda, e a taxa de juros sobe de  $r_0$  para  $r_1$  porque o estoque real de moeda existente na economia não se modificou e o nível de encaixe real desejado se elevou em função do crescimento da renda. Novamente, no caso particular da armadilha da liquidez, quando a curva LM é horizontal, a política fiscal expansionista é extremamente eficaz em aumentar o nível de renda real da economia como mostra a Figura 13c. Quando a curva LM é vertical, e a economia corresponde ao mundo da teoria quantitativa clássica, a política fiscal é completamente ineficaz para afetar o nível de renda da economia. A expansão do déficit real do governo apenas acarreta aumento da taxa de juros, como indicado na Figura 13d. Um outro caso particular, não mostrado na Figura 13, corresponderia à hipótese da Curva IS ser horizontal e não se deslocar quando o déficit real do governo se modifica. Esta hipótese ocorre quando a elasticidade do investimento em relação à taxa de juros é infinita. Numa situação como esta o crowding-out é perfeito, da mesma forma que no caso da teoria quantitativa da moeda, pois as variações no déficit real do governo são exatamente compensados pelo nível de investimento do setor privado.

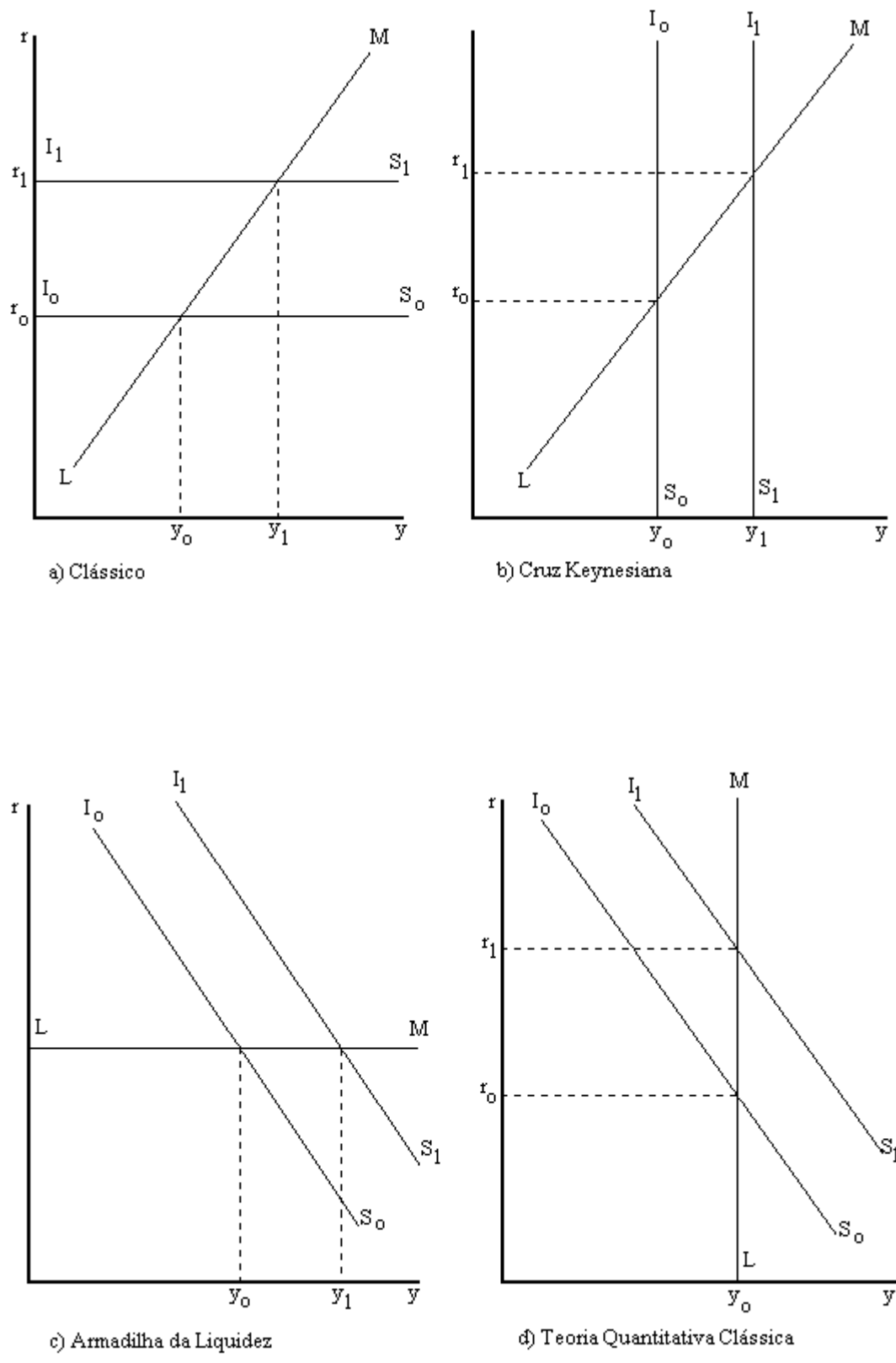


Figura 13. Efeitos da Política Fiscal em Alguns Casos Particulares

## Efeito Keynes

O efeito Keynes é aquele que resulta das variações do nível de preços. Quando o índice de preços aumenta a liquidez real ( $M/P$ ) da economia diminui. Como consequência a taxa de juros sobe e o nível de investimento privado se contrai, acarretando o decréscimo da renda real de  $y_0$  para  $y_1$ , como indicado na Figura 14a. No caso contrário, quando o nível de preços diminui, a liquidez real ( $M/P$ ) aumenta, provocando a redução na taxa de juros, e a renda real cresce de  $y_0$  para  $y_1$ , como no exemplo da Figura 14b.

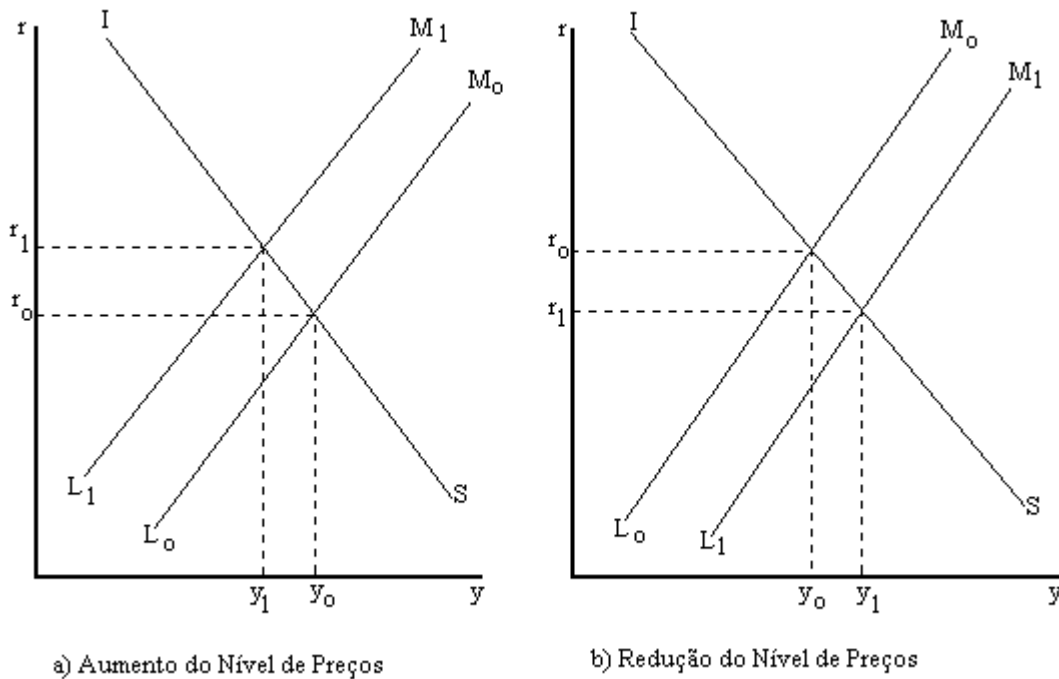


Figura 14. Efeitos das Variações do Nível de Preços

## A Estática Comparativa do Modelo IS-LM

A estática comparativa do modelo IS-LM que foi desenvolvida graficamente até aqui, pode ser feita analiticamente com auxílio das equações (3) e (4):

$$\begin{cases} \text{da curva IS: } dy = c_y (dy - dy) + i_r dr + dg \\ \text{da curva LM: } dM = LdP + PL_y dy + PL_r dr \end{cases}$$

Este sistema de equações pode ser escrito do seguinte modo:

$$\begin{bmatrix} 1 - c_y & -i_r \\ PL_y & PL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_y dt + dg \\ dM - LdP \end{bmatrix}$$

cuja solução é:

$$dy = \frac{1}{\Delta} \left[ -PL_r c_y dt + PL_r dg + i_r dM - i_r LdP \right]$$

$$dr = \frac{1}{\Delta} \left[ PL_y c_y dt - PL_y dg + (1 - c_y) dM - (1 - c_y) L dP \right]$$

onde  $\Delta = (1 - c_y)PL_r + i_r PL_y < 0$ , em virtude de  $i_r < 0$ ,  $L_r < 0$  e  $0 < c_y < 1$ . É fácil concluir-se a partir dessas duas equações os sinais das seguintes derivadas parciais:

$$\begin{array}{ll} \frac{\partial y}{\partial t} = - \frac{PL_r c_y}{\Delta} < 0 & \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{PL_y c_y}{\Delta} < 0 \\ \frac{\partial y}{\partial g} = \frac{PL_r}{\Delta} > 0 & \frac{\partial r}{\partial g} = - \frac{PL_y}{\Delta} > 0 \\ \frac{\partial y}{\partial M} = \frac{i_r}{\Delta} > 0 & \frac{\partial r}{\partial M} = \frac{1 - c_y}{\Delta} < 0 \\ \frac{\partial y}{\partial P} = - \frac{i_r L}{\Delta} < 0 & \frac{\partial r}{\partial P} = - \frac{(1 - c_y) L}{\Delta} > 0 \end{array}$$

O nível de renda real varia no mesmo sentido dos gastos do governo e da oferta monetária, em sentido contrário da carga tributária e do índice de preços da economia. Por sua vez, a taxa de juros deve estar correlacionada positivamente com o nível de gastos do governo e o índice de preços, e correlacionada negativamente com o montante de tributos e com a quantidade nominal de moeda.

### Combinações de Políticas Monetária e Fiscal

A suposição implícita até aqui na análise do modelo IS-LM é que o nível do produto real é inferior ao produto potencial da economia. Admita-se que este valor é igual a  $\bar{y}$  e que o nível do produto real efetivo seja igual a  $y_0$ , como indicado na Figura 15. Imagine-se que se deseja atingir, através de uma combinação de políticas monetária e fiscal, o nível de pleno emprego da economia, representado pelo produto potencial. Uma possibilidade de se atingir esta meta consiste em expandir-se a oferta monetária, deslocando-se a curva LM de  $L_0 M_0$  para  $L_1 M_1$ . Com esta política monetária a taxa de juros diminui de  $r_0$  para  $r_m$  e o produto real da economia será igual ao produto potencial.

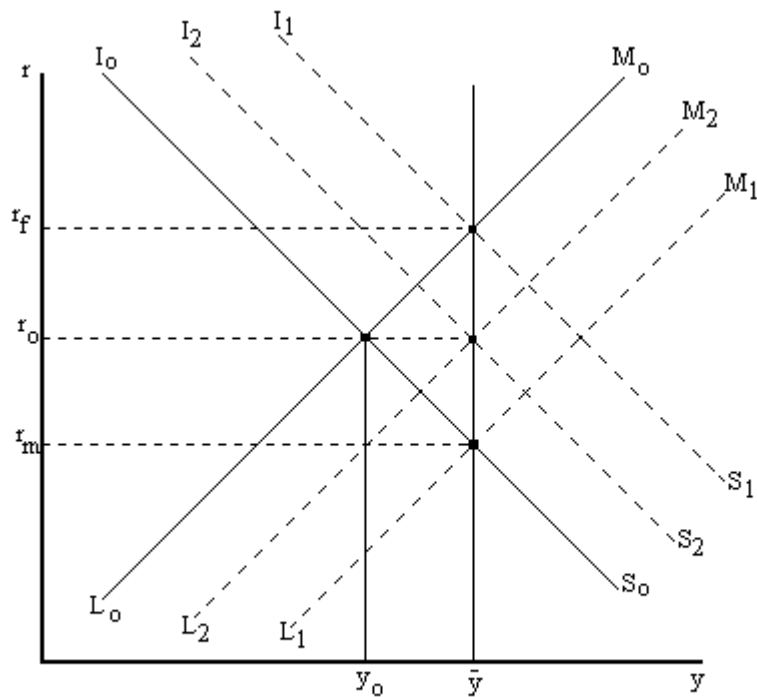


Figura 15. Combinações de Políticas Monetária e Fiscal

Uma outra alternativa para se alcançar o produto de pleno emprego consiste em aumentar o déficit do governo, seja através de aumento dos gastos do governo ou de corte nos impostos, de sorte a se deslocar a curva IS de  $I_0 S_0$  para  $I_1 S_1$ . O resultado desta política fiscal será o aumento da taxa de juros de  $r_0$  para  $r_f$  e a obtenção do produto de pleno emprego.

É fácil perceber-se com o auxílio da Figura 15 que existem inúmeras possibilidades de se atingir o produto potencial da economia através de combinações de políticas monetária e fiscal. A Figura 15 mostra uma alternativa que mantém constante a taxa de juros, com políticas monetária e fiscal que deslocam as curvas LM e IS, de  $L_0 M_0$  para  $L_2 M_2$  e de  $I_0 S_0$  para  $I_2 S_2$ , respectivamente.

### 5. A Dinâmica do Modelo IS-LM

O modelo IS-LM é um modelo estático que não explica o que ocorre quando a economia está numa situação de desequilíbrio. Uma hipótese comumente apresentada nos livros textos de economia é de que nestas circunstâncias a produção de bens e serviços reage positivamente ao excesso de demanda no mercado de bens e serviços, e a taxa de juros responde positivamente ao excesso de demanda no mercado monetário. Analiticamente estas hipóteses traduzem-se pelas seguintes equações:

$$\frac{dy}{dt} = \alpha (y^d - y^s) = \alpha (d - y), \quad \alpha > 0$$

$$\frac{dr}{dt} = \beta (M^d - M^s), \quad \beta > 0$$

A Figura 16 ilustra a dinâmica do modelo debaixo dessas hipóteses. As curvas IS e LM dividem o espaço em quatro regiões. Na região I existe excesso de oferta no mercado monetário e excesso de oferta no mercado de bens e serviços. Na região II temos excesso de oferta no mercado monetário e excesso de demanda no mercado de bens e serviços. Na região III ambos os mercados estão com excesso de demanda, e na região IV existe excesso de demanda no mercado monetário e excesso de oferta no mercado de bens e serviços. As setas em cada uma das regiões na Figura 16 indicam o sentido da trajetória de desequilíbrio em direção ao ponto de equilíbrio, mostrando que o modelo é estável debaixo destas hipóteses.

Uma outra alternativa para a dinâmica do modelo IS-LM é supor-se que o mercado monetário ajusta-se instantaneamente. Esta hipótese, que será desenvolvida a seguir, pressupõe que a taxa de juros ajusta-se instantaneamente a qualquer desequilíbrio no mercado monetário. As setas na curva LM da Figura 17 indicam a trajetória da economia em direção ao ponto de equilíbrio E, onde as curvas IS e LM se interceptam.

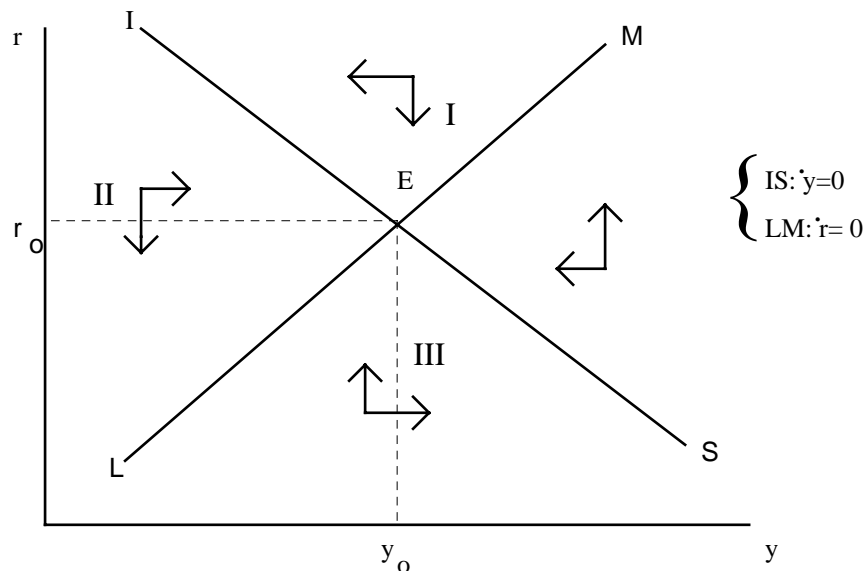


Figura 16. A Dinâmica do Modelo IS-LM

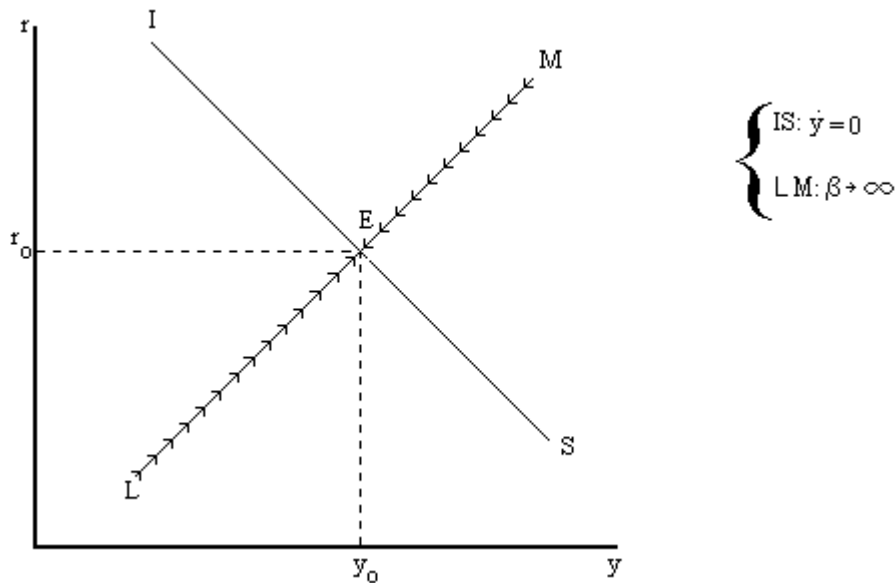


Figura 17. A Dinâmica do Modelo IS-LM: Ajustamento Instantâneo do Mercado Monetário

## 6. Política Monetária: O Mercado de Reservas Bancárias

Nas seções precedentes admitiu-se que as Autoridades Monetárias controlam a quantidade nominal de moeda na economia. Um modelo bastante simples dos sistemas monetários modernos, onde os bancos comerciais criam e destroem meios de pagamentos, é representado esquematicamente pelas contas do ativo e do passivo do Banco Central e dos Bancos Comerciais como um todo, como indicado abaixo nas contas T. Estas, por simplicidade, não levam em conta o capital próprio dessas entidades e outros itens que não nos interessam no momento.

O passivo monetário do Banco Central constitui-se do papel moeda em poder do público (C) e das reservas bancárias (R). A soma desses dois itens é a base monetária:

$$B = C + R$$

<u>BANCO CENTRAL</u>	
$L_c$	C
	R

<u>BANCOS COMERCIAIS</u>	
R	D
$L_b$	

O ativo do Banco Central é constituído pelos títulos ( $L_c$ ) na carteira do banco. O passivo dos Bancos Comerciais é dado pelo volume de depósitos à vista do público (D). O ativo dos Bancos Comerciais é igual à soma das reservas bancárias (R) e dos empréstimos ( $\equiv$ títulos em carteiras) no valor total de  $L_b$  cruzeiros.

Os meios de pagamentos são definidos pela soma do papel moeda em poder do público e dos depósitos à vista no sistema bancário:

$$M = C + D$$

Admitiremos que o público dispõe dos seus meios de pagamentos de tal forma que a relação entre papel moeda e depósitos à vista se mantém constante numa proporção . Isto é:

$$C = \delta D$$

O Banco Central obriga os Bancos Comerciais a manterem uma proporção dos depósitos à vista sob a forma de reservas, ou seja:

$$R = \tau D$$

A partir da identidade,

$$M \equiv \frac{C + D}{C + R} B$$

e das duas últimas relações de comportamento é fácil deduzir-se que:

$$M = k B$$

onde o multiplicador bancário  $k$  é igual a:

$$k = \frac{\delta + 1}{\delta + \tau}$$

Assim, por exemplo, quando  $\delta=0,20$  e  $\tau=0,40$ , o multiplicador bancário é igual a 2. Isto significa dizer que para cada um cruzeiros de expansão na base monetária os meios de pagamentos aumentam de 2 cruzeiros.

### Oferta e Demanda de Reservas Bancárias

Uma maneira bastante simples de se entender o comportamento do mercado monetário é através do mercado de reservas bancárias. A demanda de reservas bancárias por parte dos Bancos Comerciais depende da demanda de depósitos à vista do público. Isto é:

$$R^d = \tau D^d$$

Como  $M=C+D=(\delta+1)D$ , segue-se que a demanda de depósitos à vista é dada por uma fração de quantidade demandada de moeda:

$$D^d = \frac{1}{1 + \delta} M^d = \frac{P L(y, r)}{1 + \delta}$$

Combinando-se essas duas equações chega-se à equação de demanda de reservas bancárias dos Bancos Comerciais:

$$R^d = \frac{\tau P L(y, r)}{1 + \delta}$$

Suponha-se que o Banco Central controla as reservas bancárias através da política de mercado aberto (open-market), comprando ou vendendo títulos. Logo, a oferta de reservas bancárias é dada por:

$$R^s = R$$

O equilíbrio no mercado de reservas requer que a quantidade ofertada seja igual à quantidade demandada:

$$R^s = R^d$$

Substituindo-se as equações de demanda e oferta nesta condição de equilíbrio, obtém-se:

$$R = \frac{\tau P L(y, r)}{1 + \delta}$$

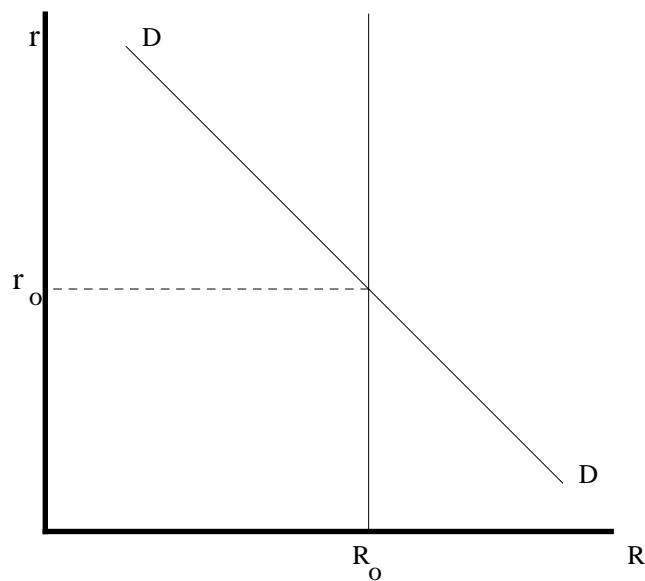


Figura 18. Mercado de Reservas Bancárias

O equilíbrio no mercado de reservas bancárias está representado graficamente na Figura 18. O eixo vertical mede a taxa de juros, enquanto no eixo horizontal representa-se o nível de reservas. Supõe-se que no curtíssimo prazo o nível de renda é constante e que o nível de preços, assim como os parâmetros  $\delta$  e  $\tau$  estão dados. Quando o nível de reservas bancárias é fixada em  $R_0$ , a taxa de juros de equilíbrio será igual a  $r_0$ .

A figura 19 descreve a estática comparativa do modelo. Deslocamentos para cima e para a direita da curva de demanda de reservas bancárias, provocados, seja por aumentos do índice de preços, do nível de renda real, da taxa de recolhimento compulsório ou de

redução da proporção que o público deseja manter seus meios de pagamentos sob a forma de papel moeda, leva a um aumento da taxa de juros. Por outro lado, aumento do nível de reservas de  $R_0$  para  $R_1$ , como na Figura 19b, faz com que a taxa de juros diminua de  $r_0$  para  $r_1$ .

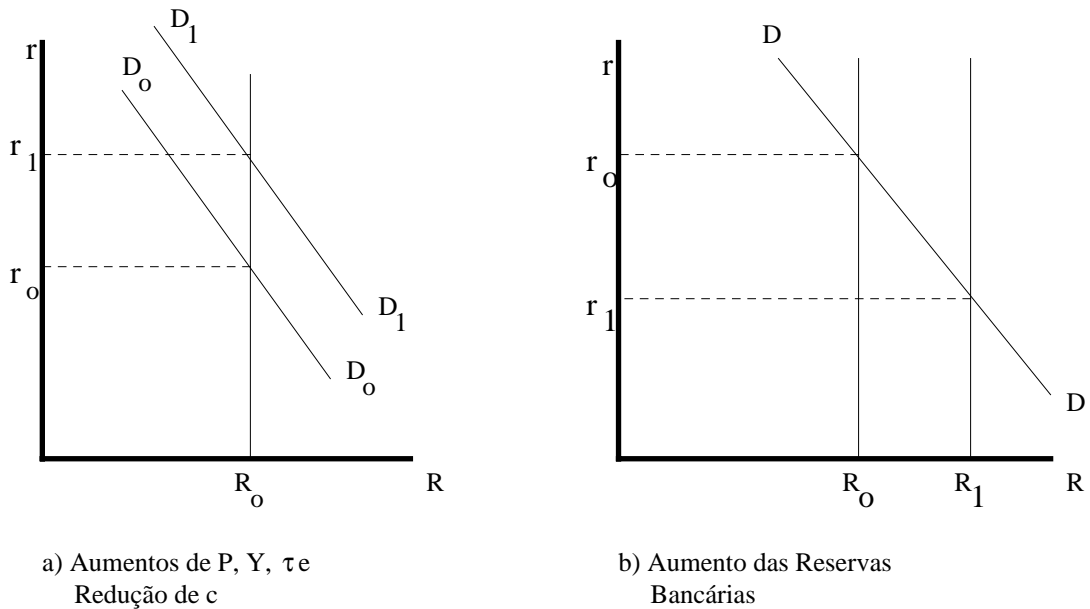


Figura 19. Mercado de Reservas Bancárias: Estática Comparativa

Uma observação importante sobre o mercado monetário é que o Banco Central não pode controlar simultaneamente a taxa de juros e o nível de reservas bancárias, ou o que é o mesmo, a taxa de juros e a quantidade nominal de moeda. A Figura 20 ilustra esta proposição. Suponha que o Banco Central resolva tabelar a taxa de juros em  $r_0$ . Isto significa dizer que se a demanda de reservas bancárias se modificar, o Banco Central para manter esta taxa de juros, tem de suprir o acréscimo de reserva demandada pelo sistema bancário. Com este tipo de política o Banco Central abdica do seu controle sobre a quantidade nominal de moeda na economia. A curva LM nestas circunstâncias é horizontal, ao nível da taxa de juros fixada pelas autoridades monetárias.

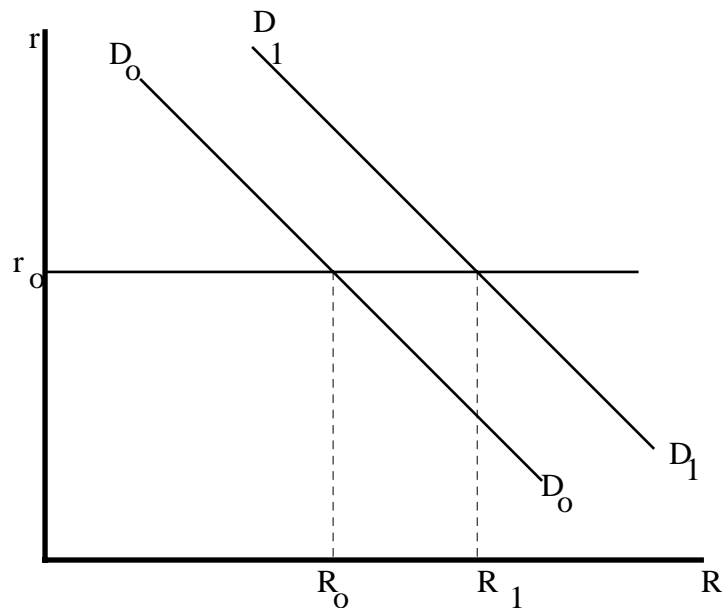


Figura 20.  Mercado de Reservas Bancárias: Controle da Taxa de Juros x Controle das Reservas

### 7. Taxa de Juros Nominal x Taxa de Juros Real

No modelo IS-LM das seções precedentes não se fez nenhuma menção para a distinção entre a taxa de juros nominal e a taxa de juros real, pois havia a hipótese implícita de que a taxa de inflação esperada era igual a zero. É claro que esta hipótese é irrealista nas economias modernas porque na maioria dos países do mundo ocidental a inflação passou a ser um fenômeno corriqueiro.

Para uma dada taxa de inflação  $\pi$  e de juros nominal  $r$ , a taxa de juros real  $\rho$  pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$1 + r = (1 + \rho) (1 + \pi)$$

ou, ainda:

$$r = \rho + \pi + \rho \pi$$

É usual na formalização dos modelos macroeconômicos desprezar-se o termo de interação  $\rho \pi$  na equação anterior. Na prática esta aproximação só é válida para taxas pequenas, e este não é certamente o caso de inflação tipo brasileiro. Todavia, do ponto de vista teórico esta hipótese simplificadora não traz maiores problemas. Portanto, admitiremos que a taxa de juros nominal é igual à soma das taxas de juros real e da taxa de inflação. Isto é:

$$r = \rho + \pi$$

### Taxa de Juros Real e a Curva IS

A alteração básica que sofre a curva IS com a introdução das taxas de juros real e nominal no modelo é que o investimento privado depende da taxa de juros real esperada, ou seja:

$$i = i(r - \pi^e), \quad i_r < 0$$

onde  $\pi^e$  representa a taxa de inflação esperada, que será considerada no momento uma variável exógena no modelo.

A equação da curva IS será, então, dada por:

$$y = c(y - t) + i(r - \pi^e) + g$$

A Figura 21 mostra a representação gráfica desta equação. No eixo vertical desta figura mede-se tanto a taxa de juros real como a taxa de juros nominal; no eixo horizontal continua-se medindo o nível de renda real. A curva IS' corresponde à taxa de juros real. Adicionando-se, para cada nível de renda, a taxa de inflação esperada obtém-se a curva IS, com a taxa de juros nominal medida no eixo vertical.

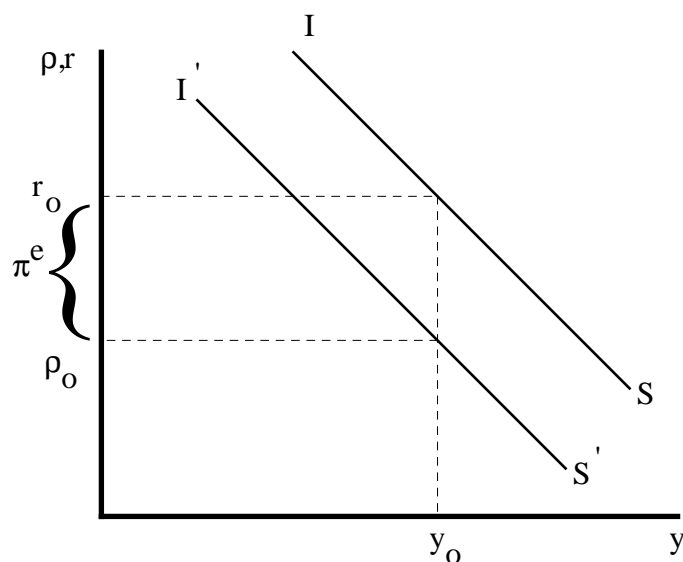


Figura 21. A Curva IS e a Taxa de Inflação Esperada

Quanto à curva LM, o encaixe real desejado ( $M^d/P$ ) pelos indivíduos depende do custo de oportunidade de reter moeda e este custo é medido pela taxa de juros nominal. Assim, a curva LM corresponde à equação:

$$M = PL(y, r)$$

cuja representação gráfica está na Figura 22. A curva L'M' corresponde à curva LM quando se mede no eixo vertical a taxa de juros real. Ela é obtida a partir da curva LM, subtraindo-se, para um dado nível de renda, a taxa de inflação esperada da taxa de juros nominal.

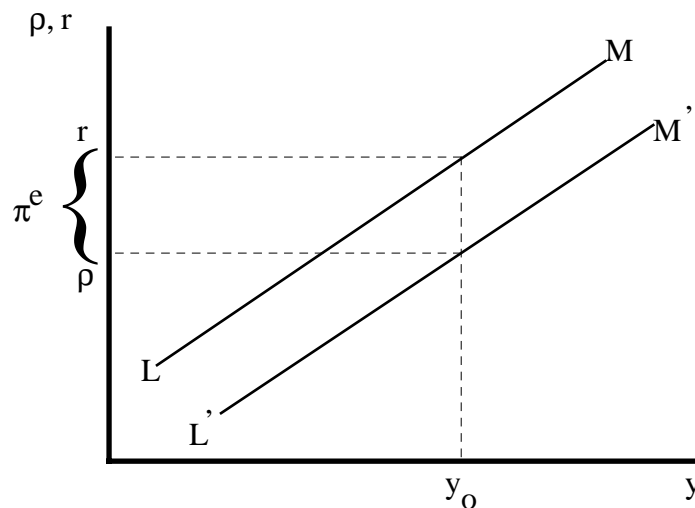


Figura 22.A Curva LM e a Taxa de Inflação Esperada

### Efeito Mundell

A estática comparativa do modelo IS-LM quando se inclui a taxa de inflação esperada é idêntica à que já foi vista anteriormente, exceto quanto ao efeito de variações dessa taxa, uma variável exógena, sobre as variáveis endógenas do modelo, que corresponde ao chamado efeito Mundell. A Figura 23 mostra o que acontece com o nível de renda real, a taxa de juros nominal e a taxa de juros real quando a taxa de inflação esperada aumenta. Na Figura 23a desenha-se as curvas IS e LM com a taxa de juros nominal medida no eixo vertical. Neste caso o aumento da taxa de inflação esperada desloca a curva IS para cima e para a direita porque para um dado nível de renda real, que corresponde a uma certa taxa de juros real, a taxa de juros nominal tem que aumentar para compensar o acréscimo na taxa de inflação esperada. O resultado do deslocamento da curva IS de  $I_0S_0$  para  $I_1S_1$  é o aumento do nível de renda real de  $y_0$  para  $y_1$ , e da taxa de juros nominal de  $r_0$  para  $r_1$ .

A Figura 23b reproduz o mesmo argumento, apenas com as curvas IS e LM traçadas com a taxa de juros real no eixo vertical. A curva IS permanece agora estável e a curva LM desloca-se de  $L'_0M'_0$  para  $L'_1M'_1$ , porque para um dado nível de renda real, a taxa de juros real tem que diminuir de sorte que a taxa de juros nominal permita a absorção nos portfolios dos indivíduos do encaixe real de moeda existente na economia.

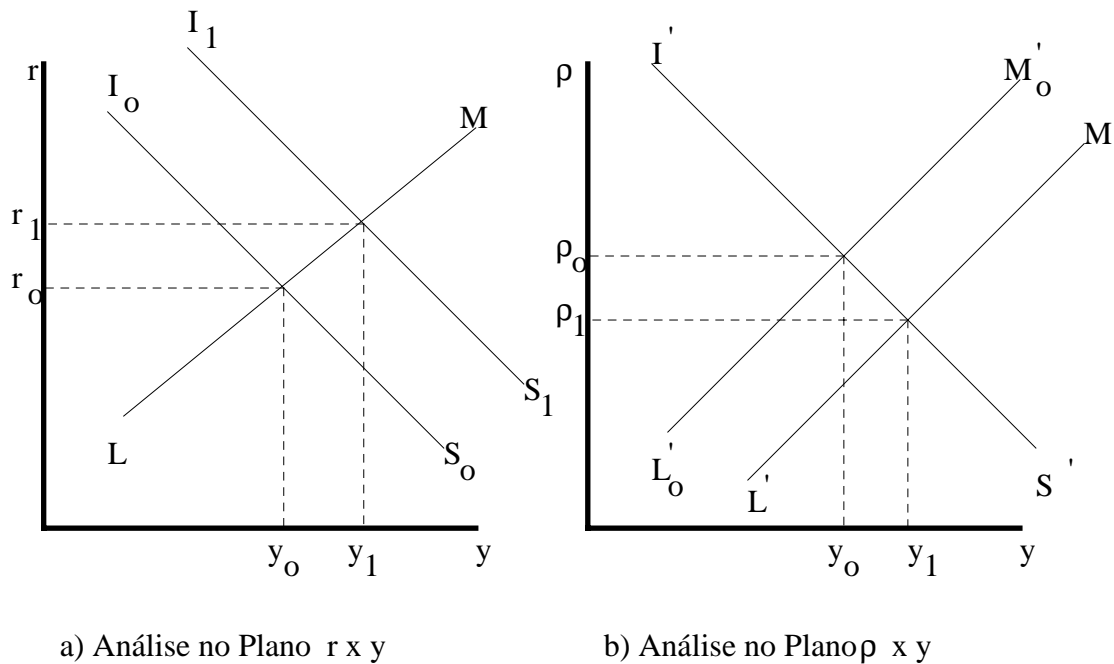


Figura 23. Efeito Mundell: Aumento da Taxa de Inflação Esperada

## 8. Política Monetária e a Dinâmica da Taxa de Juros

A suposição da dinâmica do modelo IS-LM de que o mercado monetário está sempre em equilíbrio conduz a um processo de ajustamento da taxa de juros que merece ser explorado para se compreender a evolução da taxa de juros diante de políticas monetária expansionista e contracionista.

Consideremos em primeiro lugar o caso em que existe capacidade ociosa na economia. A expansão da oferta monetária desloca a curva LM de  $L_0 M'_0$  para  $L'_1 M'_1$ . No curtíssimo prazo o nível de renda real é constante e a taxa de juros real diminui de  $\rho_0$  para  $\rho_1$ . Na medida em que a taxa de juros real mais baixa começa a estimular o investimento, o dispêndio agregado aumenta e, portanto, o nível de renda real começa a subir de acordo com a figura 24. O resultado final é que a taxa de juros real será igual a  $\rho_f$ . A Figura 25 mostra a trajetória no tempo da taxa de juros real. No instante  $t_0$  quando a oferta monetária aumenta, a taxa de juros real diminui de  $\rho_0$  para  $\rho_1$ . Logo em seguida a taxa de juros real começa a subir em virtude do crescimento da renda real induzido pela baixa da taxa de juros real, até o tempo  $t_f$  quando ela se estabiliza em  $\rho_f$ . Se o aumento da oferta monetária não ocorrer instantaneamente e se der de forma gradual, a trajetória da taxa de juros real pode ocorrer como indicado na curva tracejada da Figura 25.

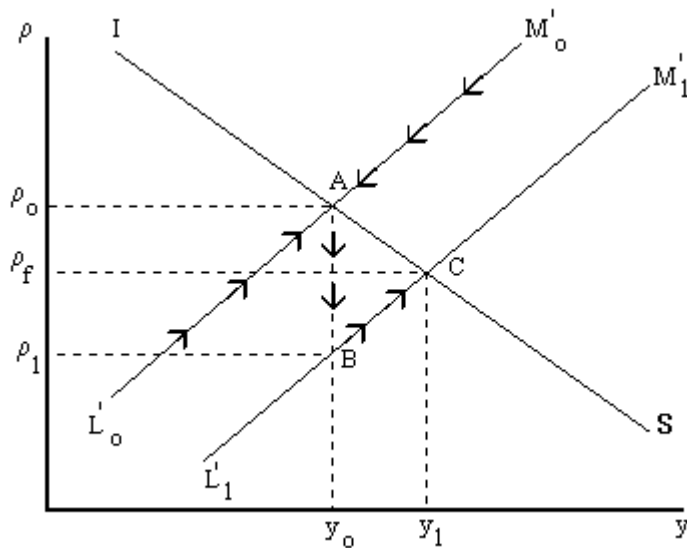


Figura 24. A Dinâmica da Taxa de Juros Real: Política Monetária Expansionista

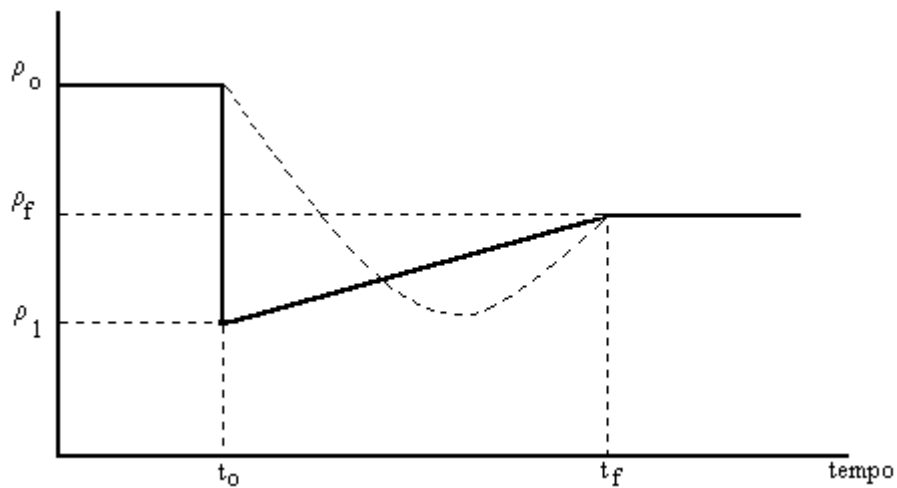


Figura 25. Trajetória da Taxa de Juros Real: Política Monetária Expansionista

Quando a economia estiver no seu nível de pleno emprego e a oferta de moeda aumentar, a Figura 26 mostra o que ocorre com a taxa de juros real e o nível de renda real. A diminuição da taxa de juros real é apenas temporária, o mesmo acontecendo com o crescimento da renda real. A Figura 27 mostra a trajetória da taxa de juros real desde o início da expansão monetária até a economia voltar novamente ao seu nível de pleno emprego. A linha tracejada indica outra possibilidade quando a expansão monetária é feita de maneira gradual.

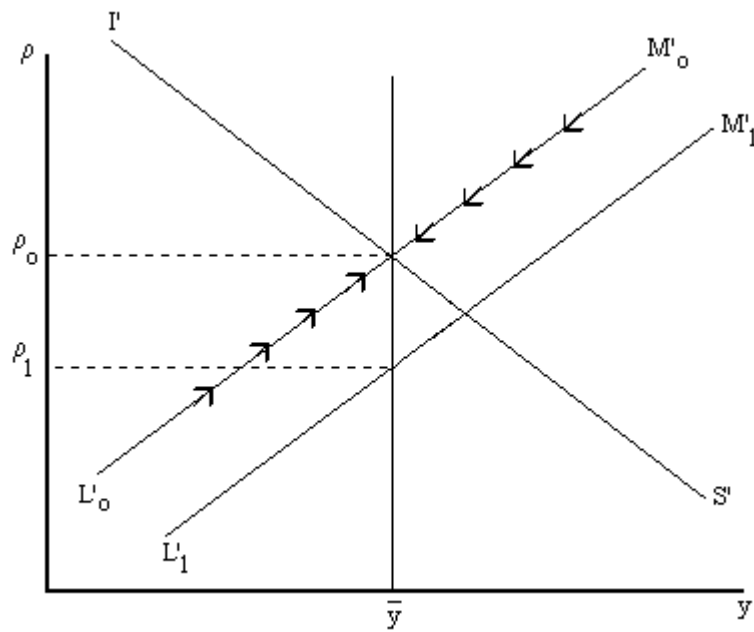


Figura 26. Dinâmica da Taxa de Juros na Economia em Pleno Emprego

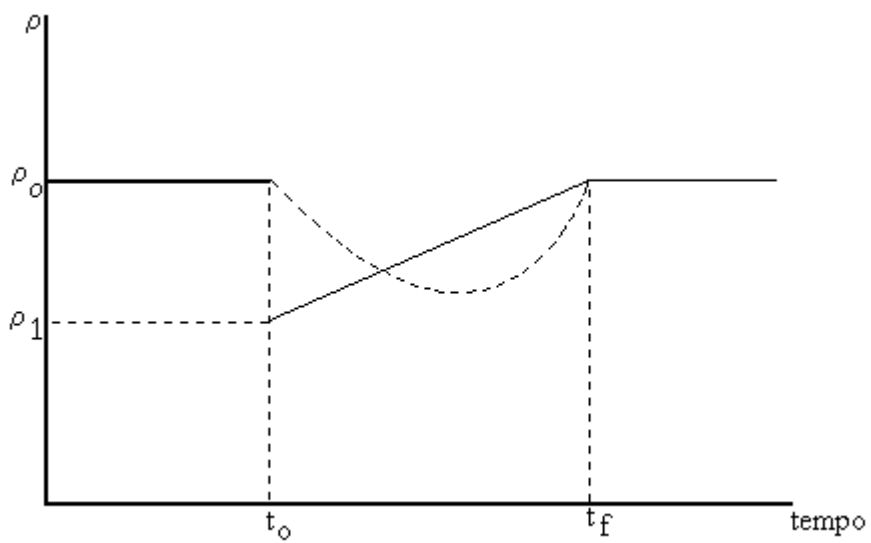


Figura 27. Trajetória da Taxa de Juros Real Numa Economia em Pleno Emprego

A Figura 28 mostra o que acontece com a taxa de juros real e o nível de renda quando a política monetária é contracionista.

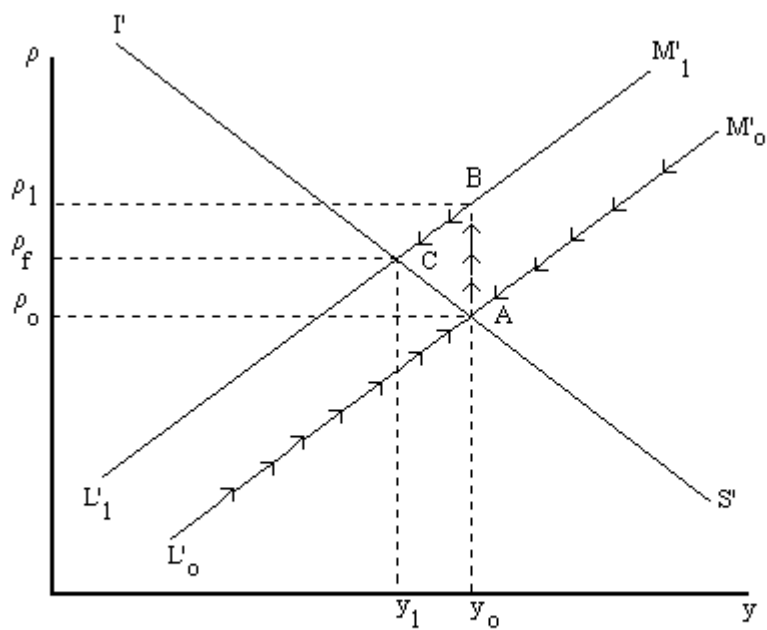


Figura 28. A Dinâmica da Taxa de Juros Real: Política Monetária Contracionista

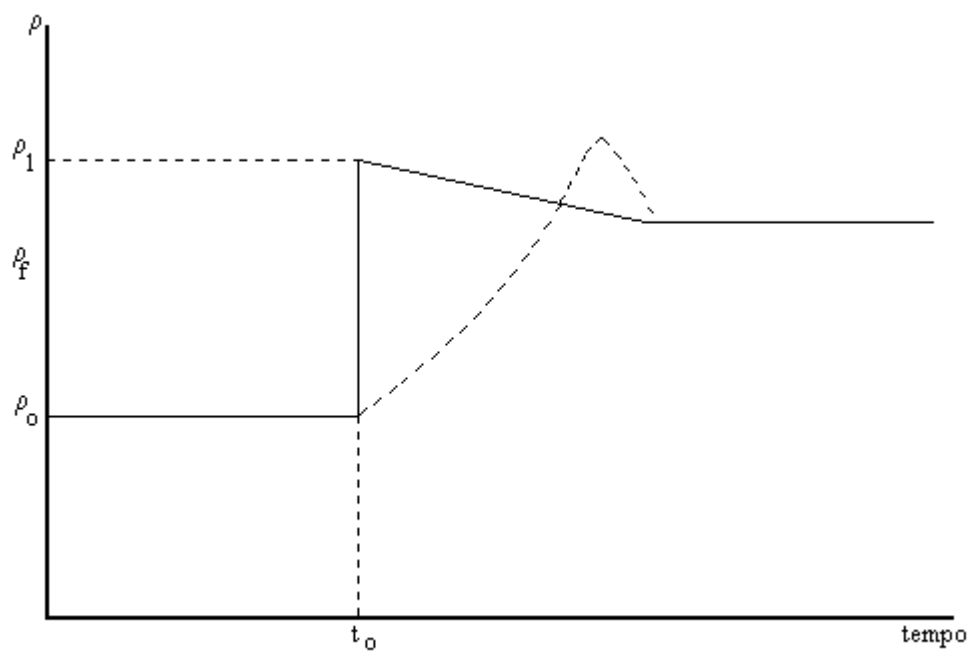


Figura 29. Trajétória da Taxa de Juros Real: Política Monetária Contracionista

Inicialmente a economia está no ponto A. Com a contração de oferta monetária a curva LM desloca-se para  $L'_0 M'_0$  para  $L'_1 M'_1$ . Num prazo bastante curto o nível de renda real permanece o mesmo e a taxa de juros sobe de  $\rho_0$  para  $\rho_1$ . Esta subida da taxa de juros real provoca a redução dos investimentos, que por sua vez acarreta a diminuição do nível de renda real. A queda da renda real leva à redução da taxa de juros real, até encontrar o seu novo nível de equilíbrio em  $\rho_f$ . A Figura 29 mostra duas trajetórias possíveis para a taxa de juros real: uma em que a redução da oferta monetária é instantânea e outra que ocorre quando a contração da oferta monetária é feita de modo gradual.

## 9. A Demanda Agregada

No modelo IS-LM apresentado até aqui o nível de preços foi considerado uma variável exógena. Todavia, esta suposição justifica-se apenas por razões didáticas. Nas equações das curvas IS e LM.

$$IS: y = c(y-t) + i(r-\pi^e) + g$$

$$LM: M = P L(y,r),$$

o nível de renda real  $y$ , a taxa de juros nominal  $r$  e o nível de preços  $P$  são variáveis endógenas. Como se tem duas equações e três variáveis endógenas há necessidade de uma equação adicional, pois o modelo está incompleto. No próximo capítulo trataremos deste assunto com a introdução do mercado de mão-de-obra e da equação de oferta agregada. Antes, porém, vale a pena sintetizar as duas equações das curvas IS e LM, em uma única, através da equação de demanda agregada. Com efeito, nas equações das curvas IS e LM pode-se obter o valor da taxa de juros nominal em uma delas e substituir-se na outra. Daí resulta uma relação entre o nível de renda real e o nível de preços, que envolve também as demais variáveis exógenas do modelo. Esta equação de demanda agregada pode ser expressa, em símbolos, do seguinte modo:

$$y = y\left(\frac{M}{P}, g, t, \pi^e\right)$$

A Figura 30 corresponde à representação gráfica desta equação, supondo-se constantes a quantidade nominal de moeda, os gastos do governo, os impostos e a taxa de inflação esperada. No eixo vertical deste gráfico mede-se o nível de preços, no eixo horizontal o nível de renda real. Ao nível de preços  $P_0$  corresponde um nível de renda igual a  $y_0$ . Quando o nível de preços diminui de  $P_0$  para  $P_1$ , a liquidez real ( $M/P$ ) da economia aumenta, acarretando uma queda da taxa de juros. Em consequência do declínio da taxa de juros, o nível de investimento do setor privado aumenta, e o acréscimo no dispêndio agregado assim gerado, leva a expansão do nível de renda real de  $y_0$  para  $y_1$ .

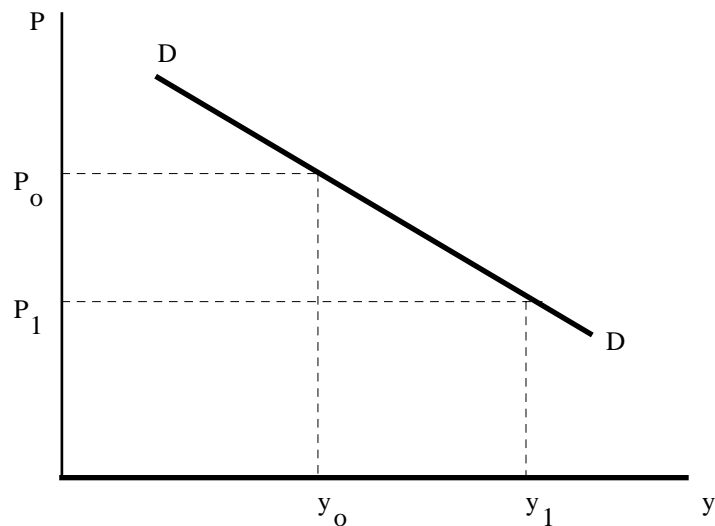


Figura 30. A Curva de Demanda Agregada

### Política de Demanda Agregada

As políticas monetária e fiscal, já vistas anteriormente, são denominadas de políticas de demanda agregada pois elas, direta ou indiretamente, alteram o dispêndio agregado, deslocando a curva de demanda agregada. A Figura 31 ilustra os efeitos destas políticas. Na Figura 31a a curva de demanda agregada desloca-se de  $D_0D_0$  para  $D_1D_1$  quando um dos seguintes fatos ocorre: a) a oferta monetária aumenta; b) o governo aumenta seus gastos; c) o governo reduz os tributos e d) a taxa de inflação esperada aumenta. Não é difícil entender porque isto ocorre. Tomemos o caso do aumento da oferta monetária. Para um dado nível de preços, o crescimento da quantidade nominal de moeda implica num nível de liquidez real da economia mais elevada. A taxa de juros diminui, provocando o aumento do investimento e, conseqüentemente, do nível de renda real.

Na Figura 31b a curva de demanda agregada desloca-se para baixo e para a esquerda de  $D_0D_0$  para  $D_1D_1$ , nas seguintes circunstâncias: a) redução da oferta monetária; b) diminuição dos gastos do governo; c) aumento dos impostos e d) redução da taxa de inflação antecipada. Para compreender porque a curva de demanda desloca-se para a esquerda e para baixo nestas situações, tome-se por exemplo, o caso da diminuição da taxa de inflação esperada. Para um dado nível de renda real, a taxa de juros nominal tem que diminuir para contrabalançar a redução na taxa de inflação esperada, de sorte a manter o mesmo nível de investimento e, por via de conseqüência, o nível de renda real. Com a queda da taxa de juros nominal, o encaixe real desejado ( $M/P$ ) aumenta. Como a oferta monetária supostamente está constante, o nível de preços deve diminuir para acomodar o aumento de liquidez real que os indivíduos desejam reter em seus portfolios.

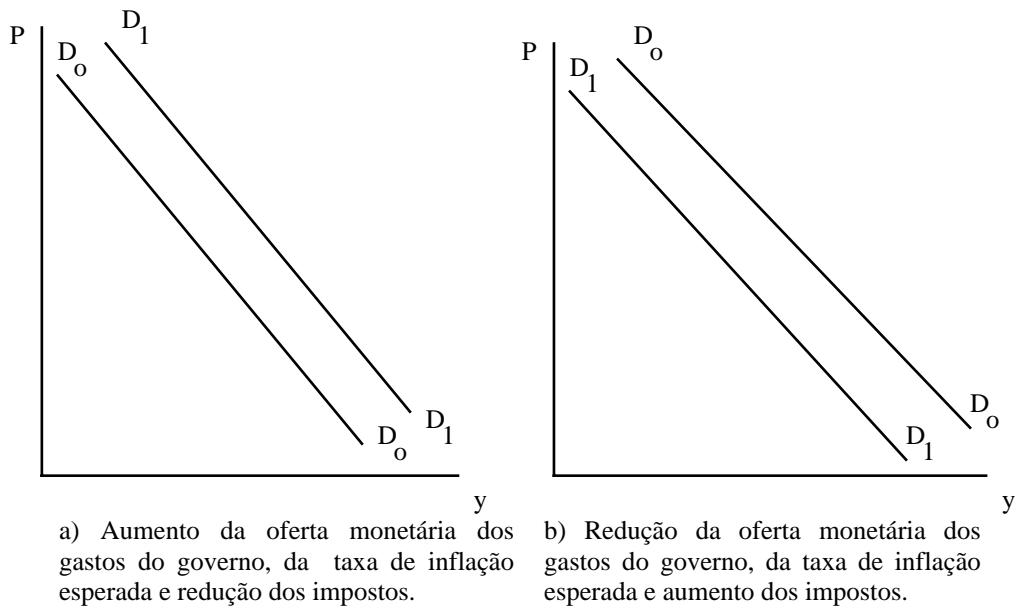


Figura 31. Efeitos das Políticas de Demanda Agregada

### Estática Comparativa: A Solução Algébrica

Os resultados da estática comparativa que acabamos de descrever podem ser obtidos diferenciando-se as equações das curvas IS e LM, como já fizemos anteriormente (cap.2). A única diferença agora é a inclusão da taxa de inflação esperada como variável exógena no modelo. Isto é:

$$\begin{bmatrix} 1 - c_y & -i_r \\ PL_y & PL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_y dt - i_r d\pi^e + dg \\ dM - L dP \end{bmatrix}$$

A solução deste sistema é dada por:

$$dy = \frac{1}{\Delta} \left[ -P L_r c_y dt - P L_r i_r d\pi^e + P L_r dg + i_r dM - i_r L dP \right]$$

e:

$$dr = \frac{1}{\Delta} \left[ -P L_r c_y dt - P L_y d\pi^e - P L_y dg + (1 - c_y) dM - (1 - c_y) L dP \right]$$

onde  $\Delta = (1 - c_y) PL_r + i_r$ ,  $PL_y < 0$ .

A partir da primeira equação é fácil concluir-se que:

$$\frac{\partial y}{\partial P} = \frac{i_r L}{\Delta} < 0 \qquad \frac{\partial y}{\partial M} = \frac{i_r}{\Delta} > 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{PL_r c_y}{\Delta} < 0 \qquad \frac{\partial y}{\partial \pi^e} = -\frac{PL_r i_r}{\Delta} > 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial g} = \frac{PL_r}{\Delta} > 0$$

O nível de renda real varia em sentido contrário do nível de preços e dos impostos, e no mesmo sentido dos gastos do governo, da oferta monetária e da taxa de inflação esperada.

### Preços x Taxa de Juros Nominal

A equação de dr mostra que a taxa de juros nominal e o nível de preços estão correlacionados positivamente, pois:

$$\frac{\partial r}{\partial P} = -\frac{(1 - c_y) L}{\Delta} > 0$$

Num gráfico em que mede-se o nível de preços no eixo vertical e a taxa de juros no eixo horizontal, a relação entre  $r$  e  $P$  poderia ser representada como na Figura 32. Ao preço  $P_0$  corresponde a taxa de juros  $r_0$ . Quando a taxa de juros nominal sobe de  $r_0$  para  $r_1$ , o investimento privado diminui pois, para uma dada taxa de inflação esperada, a taxa de juros real antecipada aumenta. A renda real decresce em virtude do declínio do dispêndio. O nível de liquidez real desejado da economia diminui por duas razões: o custo de oportunidade de reter moeda aumenta e a renda real diminui. Logo, para uma mesma quantidade nominal de moeda o nível de preços tem de aumentar. Daí a acurva RR ser positivamente inclinada. É fácil verificar-se ainda que:

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{PL_y c_y}{\Delta} \qquad \frac{\partial r}{\partial M} = \frac{1 - c_y}{\Delta} < 0$$

$$\frac{\partial r}{\partial \pi^e} = \frac{PL_y i_r}{\Delta} > 0 \qquad \frac{\partial r}{\partial g} = -\frac{PL_y}{\Delta} > 0$$

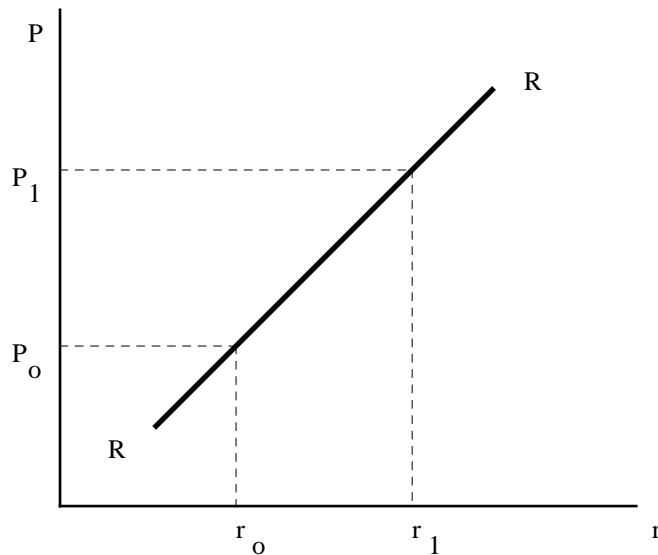


Figura 32. Nível de Preços e Taxa de Juros Nominal

Estas expressões nos dizem que a curva RR se desloca de  $R_0R_0$  para  $R_1R_1$ , na Figura 33a. quando um dos seguintes fatos ocorre: a) a taxa de inflação esperada diminui; b) o governo passa a gastar menos; c) há uma expansão monetária e d) os impostos aumentam. Em caso contrário, a curva RR se desloca para baixo e para a direita, como indicado na Figura 33b.

Os valores do nível de preços da taxa de juros nominal e do nível de renda real que satisfazem, simultaneamente, o equilíbrio nos mercados de bens e serviços e de moeda podem ser representados graficamente com auxílio da curva de demanda agregada (D,D) e da curva RR como na Figura 34. Assim, ao nível de preços  $P_0$  corresponde, pela curva DD, o nível de renda real  $y_0$ , e pela curva RR, a taxa de juros nominal  $r_0$ .

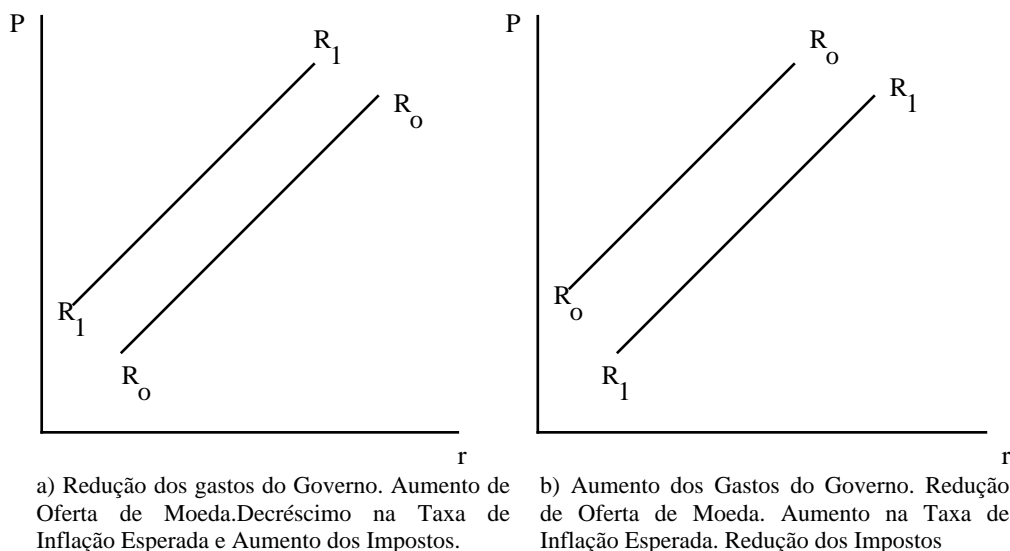


Figura 33. Nível de Preços e Taxa de Juros Nominal: Estática Comparativa

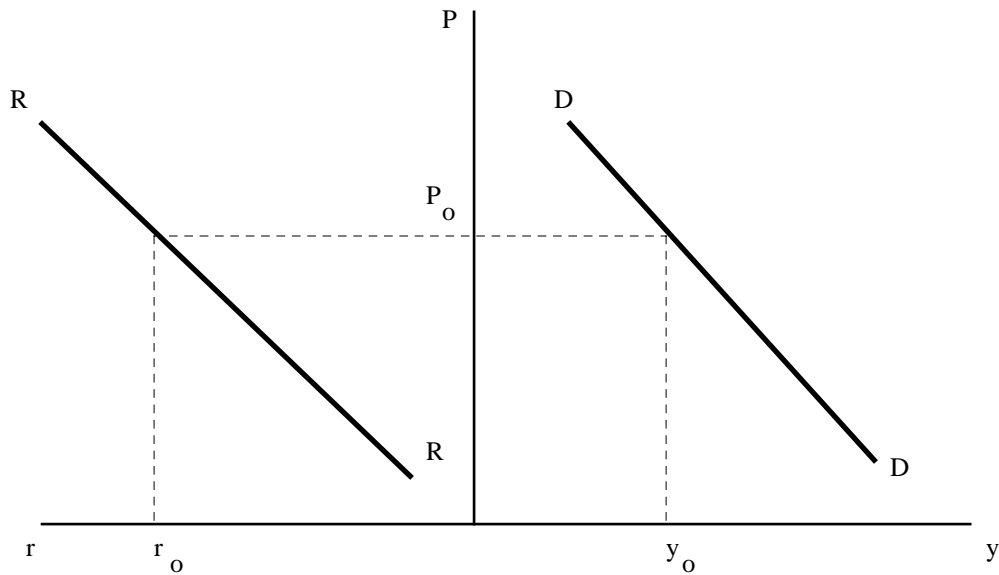
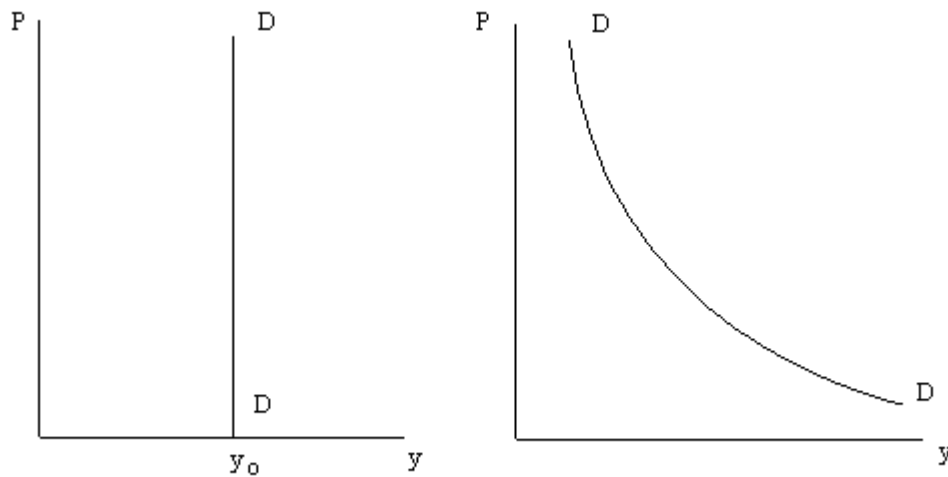


Figura 34. Nível de Preços, Renda Real e Taxa de Juros Nominal

### Casos Particulares da Curva de Demanda Agregada

A Figura 35 mostra dois casos particulares da curva de demanda agregada. A Figura 35a corresponde as hipóteses particulares da cruz keynesiana ou da armadilha de liquidez. Nestas circunstâncias a curva de demanda agregada é vertical.



- a) Cruz Keynesiana ou Armadilha da Liquidez      b) Teoria Quantitativa ou Investimento Infinitamente Elástico ( $i_t \rightarrow \infty$ )

Figura 35. Casos Particulares da Curva de Demanda Agregada

No mundo da teoria quantitativa clássica, onde a quantidade demandada de moeda independe da taxa de juros nominal, e quando o investimento é infinitamente elástico à taxa de juros (a curva IS é horizontal), a equação de demanda agregada é a própria equação de moeda, ou seja:

$$y = L^{-1} (M/P)$$

onde  $L^{-1}$  indica a função inversa. Se a elasticidade da moeda for unitária, esta equação se reduz a uma hipérbole equilátera. Isto é"

$$Y = \frac{1}{k} \frac{M}{P}$$

onde  $k$ , a constante Marshalliana, é a proporção da renda nominal que os indivíduos desejam reter sob a forma de moeda.

### Um Exemplo Algébrico

Na análise de alguns problemas a forma linear (nos logaritmos das variáveis) para a equação de demanda agregada simplifica bastante o trabalho algébrico. Esta equação poderia ser obtida a partir das seguintes curvas IS e LM:

$$IS: y = b_0 - b_1 (r - \pi^e) + b_2 f$$

$$LM: m - p = a_0 + a_1 y - a_2 r$$

As letras  $a_i$  e  $b_i$ ,  $i = 0,1,2$ , representam parâmetros positivos;  $m$ ,  $p$  e  $y$  são, respectivamente, os logaritmos da quantidade de moeda, do nível de preços e de renda real;  $r$  é a taxa de juros nominal,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada e  $f$  é uma medida de política fiscal. Se  $f$  representar os gastos do governo, em termos reais, o coeficiente  $b_2$  será positivo. Por outro lado, se  $f$  indicar o volume real de impostos, o sinal de  $b_2$  será negativo.

Resolvendo-se a Curva LM para  $r$ , e substituindo-se este valor na Curva IS, obtém-se a seguinte equação de demanda agregada:

$$y = k + \alpha(m-p) + \beta\pi^e + \gamma f$$

onde:

$$k = \frac{a_2 b_0 - a_0 b_1}{a_2 + a_1 b_1}$$

$$\alpha = \frac{b_1}{a_2 + a_1 b_1}$$

$$\beta = \frac{a_2 b_1}{a_2 + a_1 b_1}$$

$$\gamma = \frac{a_2 b_2}{a_2 + a_1 b_1}$$

Alternativamente, colocando-se a variável  $p$  no lado esquerdo da equação, obtém-se:

$$p = m - \frac{y - k}{\alpha} + \frac{\beta}{\alpha} \pi^e + \frac{\gamma}{\alpha} f$$

O nível de preços aumenta quando a quantidade de moeda cresce, o nível de renda cai, a taxa de inflação esperada aumenta os gastos do governo crescem.

## 10. A Teoria da Renda Nominal

A equação de trocas é uma identidade contábil que alguns economistas, principalmente monetaristas, tomam como ponto de partida no desenvolvimento de modelos macroeconômicos de curto prazo. Esta identidade afirma que a renda nominal é igual ao produto do estoque de moeda pela velocidade-renda da moeda:

$$M V \equiv P y \equiv Y$$

onde V, a velocidade-renda da moeda, é o número de vezes, por unidade de tempo, que o estoque de moeda é usado no pagamento dos bens e serviços finais. A segunda parte desta identidade define a renda nominal como sendo igual ao produto do nível de preços pelo índice de renda real.

No modelo IS-LM a velocidade-renda da moeda depende do nível de renda real e da taxa de juros nominal de acordo com:

$$V = \frac{y}{M/P} = \frac{y}{L(y,r)}$$

A velocidade-renda da moeda é portanto, uma variável endógena e não pode ser colocada em função das variáveis exógenas porque o modelo está incompleto, com duas equações e três variáveis endógenas (y, P e r). Com efeito, a definição da velocidade-renda permite que se escreva V como função dos mesmos argumentos que participam da equação de demanda agregada. Isto é:

$$V = \left( \frac{M}{P}, g, t, \pi^e \right)$$

A renda nominal seria, então, expressa por:

$$Y = V \left( \frac{M}{P}, g, t, \pi^e \right) M$$

e esta equação não teria muita utilidade como uma ferramenta para se prever o comportamento da renda nominal porque o nível de preços não é conhecido. Entretanto, esta equação pode ser simplificada em dois casos particulares: na teoria quantitativa clássica e na hipótese que Friedman denominou de teoria da renda nominal.

O ingrediente básico da teoria quantitativa clássica consiste na hipótese de que a velocidade-renda da moeda é constante, o que implica na proporcionalidade entre a renda nominal e o estoque de moeda.

$$Y = V M$$

ou seja, o estoque de moeda determina o comportamento da renda nominal. A hipótese adicional de que a renda real seria constante implicaria na proporcionalidade entre o nível de preços e a quantidade nominal da moeda.

Com o título "A Teoria da Renda Nominal", Milton Friedman publicou em 1970 um trabalho que tinha como escopo apresentar um modelo monetarista que seria uma alternativa ao modelo keynesiano das curvas IS e LM. Este modelo seria a moldura sob a qual se assenta a sua extensa análise de vários episódios da história monetária dos Estados Unidos. Friedman duas hipóteses básicas. A primeira é de que a elasticidade-renda da moeda é unitária. A segunda hipótese de Friedman é de que a atual taxa nominal de juros é "amplamente determinada pela taxa que é esperada prevalecer no longo prazo", isto é:

$$r = \rho^* + \pi^e$$

onde  $\rho^*$  é a taxa de juros real que atualmente se antecipa e  $\pi^e$  é a taxa de inflação que se espera para o período. Cabe observar que não é fácil imaginar-se o processo de arbitragem pelo qual esta taxa seria mantida firmemente no mercado.

Com estas hipóteses, segue-se que a renda nominal é determinada pelo estoque de moeda, ou seja:

$$Y = V(\bar{r}) \cdot M$$

A teoria da renda nominal, segundo Friedman, não se preocuparia em explicar como variações da renda nominal afetariam, separadamente, a renda real e o nível de preços. Entretanto, esta não é a única conclusão que se chega com o modelo keynesiano das curvas IS-LM. Com efeito, duas interpretações são possíveis. A primeira é de que a curva IS é horizontal e o investimento é infinitamente elástico à taxa de juros. Neste caso, a renda nominal é proporcional ao estoque de moeda, como já foi visto anteriormente na seção onde apresentamos os casos particulares da equação de demanda agregada.

A segunda interpretação é de que a equação da taxa de juros proposto por Friedman é uma equação adicional e que ela, portanto, completa o modelo. Nestas circunstâncias, as três variáveis endógenas, o nível de preços, o nível de renda real e a taxa de juros nominal, estão em princípio determinadas. A teoria da renda nominal na verdade explicaria, dentro desta interpretação, não somente a evolução da renda nominal, mas também a variação de renda real, e, por via de consequência, o nível de preços.

## 11. A Formação de Expectativas

Os modelos econômicos podem ser classificados quanto ao processo de formação de expectativas, em dois grupos. Aqueles que admitem um mecanismo de expectativas pré-determinado ao modelo, baseado em geral, nos valores passados da variável que se deseja prever. O segundo grupo se caracteriza pelo fato das variáveis esperadas serem endógenas, e portanto explicadas dentro do próprio modelo.

Nos modelos de expectativas pré-determinadas cabe mencionar três mecanismos bastante populares em estudos empíricos. O primeiro e mais simples é o mecanismo de expectativa estática, ou repetitiva, segundo o qual o valor esperado hoje, para amanhã, é igual ao último valor observado da variável. Em símbolos:

$$p_t^e = p_{t-1}$$

O segundo mecanismo é o da expectativa extrapolativa em que o valor esperado da variável é igual ao último valor observado, adicionado de uma componente que mede a contribuição da variação mais recente da variável. Isto é:

$$p_t^e = p_{t-1} + \theta(p_{t-1} - p_{t-2})$$

onde  $\theta$  é o parâmetro a ser determinado empiricamente.

O terceiro mecanismo é o da expectativa adaptativa, no qual a previsão da variável é igual à última previsão, adicionada a uma componente que leva em conta o erro de previsão cometido no período anterior. Em símbolos:

$$p_t^e = p_{t-1}^e + (1 - \lambda)(p_{t-1} - p_{t-1}^e) \quad , 0 \leq \lambda < 1$$

Quando o parâmetro  $\lambda$  for igual a zero, obtém-se como caso particular a expectativa estática. A fórmula anterior pode ser escrita, também, do seguinte modo:

$$p_t^e = \lambda p_{t-1}^e + (1 - \lambda) p_{t-1}$$

Esta expressão mostra que o valor esperado é igual a uma média ponderada da última previsão e do valor mais recente da variável. Outro aspecto interessante revelado por esta fórmula é que o mecanismo de expectativa adaptativa segue uma equação de diferenças finitas de primeira ordem. Para analisar-se uma propriedade importante deste mecanismo, suponha-se que a variável que se deseja prever, a partir de um certo instante, tem valor constante :  $p_{t-1} = p_t = \dots = p$ . O diagrama de fases da equação  $p_t^e = \lambda p_{t-1}^e + (1 - \lambda) p$  está representado na Figura 36. A interseção desta equação com a reta de 45° é o ponto de equilíbrio, para o qual converge o valor esperado da variável, que se torna igual a  $p$ .

Observe-se, através do diagrama de fases, que o mecanismo de expectativa adaptativa conduz a erros sistemáticos de previsão. Com efeito, se o valor esperado inicial for igual a  $p_o^e$  todos os erros de previsão que serão cometidos daí por diante serão negativos; se o valor esperado inicial fosse igual a  $p_1^e$  os erros de previsão seriam todos positivos. É bastante difícil acreditar que um agente econômico que usasse tal mecanismo não aprendesse com a experiência e continuasse a cometer erros sistemáticos. Apesar da simplicidade deste exemplo, esta característica é comum a todos os modelos que supõem expectativas pré-determinadas. Nos modelos em que a formação de expectativas é endógena elimina-se esta possibilidade. Os erros de previsão certamente ocorrem, mas eles não têm caráter sistemático.

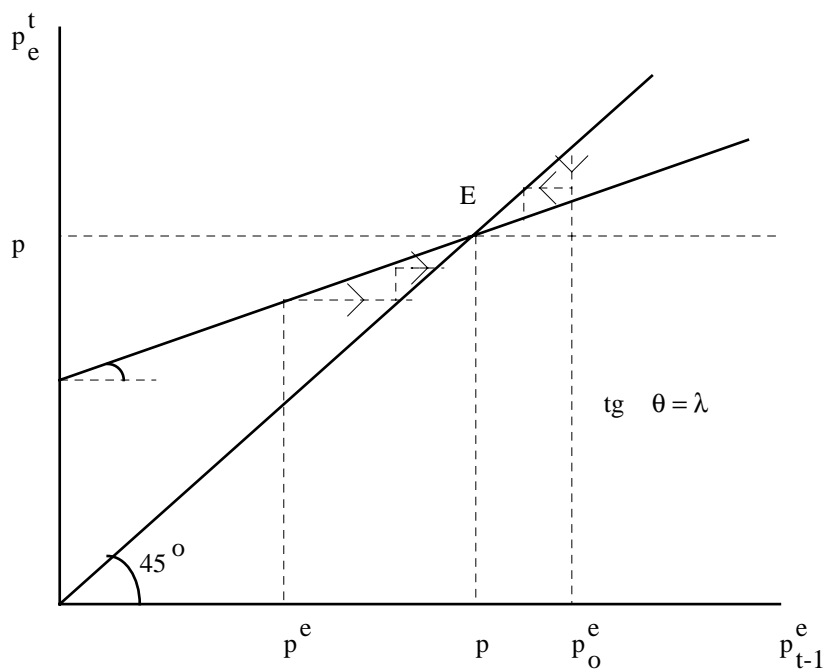


Figura 36. Diagrama de Fases do Mecanismo de Expectativa Adaptada

Outra propriedade dos mecanismos de formação de expectativas pré-determinadas é que o valor esperado de uma variável que participa do modelo, digamos a taxa de inflação, e o valor previsto desta variável pelo modelo são, em geral, diferentes.

A hipótese de expectativas racionais rejeita essas incoerências dos mecanismos baseados na extrapolação da história passada, ao admitir que o valor esperado de uma variável é igual à esperança matemática da mesma, condicionada pela informação disponível no momento em que a previsão é feita. Isto é:

$$p_t^e = E(p_t / I_{t-1})$$

onde a letra  $E$  indica a esperança matemática, e  $I_{t-1}$  o conjunto de informações disponíveis no período  $t-1$ . O valor da variável será, portanto, igual à soma de sua esperança matemática com uma variável aleatória  $u_t$  cuja esperança matemática é igual a zero, com variância constante e que não tem correlação serial. Isto é:

$$p_t = E(p_t / I_{t-1}) + u_t$$

onde

$$E(u_t / I_{t-1}) = 0$$

$$E(u_t u_s / I_{t-1}) = \begin{cases} \sigma^2, & t = s \\ 0, & t \neq s \end{cases}$$

A hipótese básica da expectativa racional é de que o valor subjetivo da expectativa dos agentes econômicos (*e.g.*,  $p_t^e$ ) é igual à esperança matemática, da distribuição

condicionada pela informação disponível da variação [e.g.  $E(p_t/I_{t-1})$ ] no modelo econômico no qual ela é uma variável endógena.

Num modelo econômico qualquer, as variáveis que dele participam podem ser classificadas em endógenas e exógenas. As variáveis endógenas são explicadas pelo modelo, enquanto as exógenas são determinadas fora do modelo. As variáveis exógenas são as variáveis que movem o modelo, no sentido de que são suas variações que acarretam mudanças nas variáveis endógenas. Na hipótese de expectativas racionais, as previsões das variáveis endógenas, que entram como argumentos no modelo, dependerão dos valores esperados das variáveis exógenas, com a informação disponível no momento em que as previsões são feitas. Haverá, portanto, necessidade de se explicitar, nos modelos que adotam a hipótese de expectativa racional, o processo pelo qual as variáveis endógenas são geradas.

A hipótese de que o erro de previsão na média é igual a zero,  $E(u_t/I_{t-1}) = 0$ , significa dizer que os agentes econômicos embora errem nas suas previsões, os erros positivos cometidos em alguns períodos cancelam-se com os erros negativos ocorridos em outros períodos.

A hipótese de que a correlação de erros de previsão em diferentes períodos é igual a zero,  $E(u_t u_s / I_{t-1}) = 0$ ,  $t \neq s$ , implica em que esses erros não apresentam nenhum padrão, e que, portanto, eles não têm caráter sistemático, pois toda informação disponível já foi utilizada na previsão. Consequentemente, os erros de previsão não devem estar correlacionados com qualquer tipo de informação que pertença ao conjunto de informação  $I_{t-1}$ . Isto é, o erro de previsão é ortogonal a qualquer variável  $Z_s$  que pertença ao conjunto  $I_{t-1}$ :

$$E(u_t Z_s / I_{t-1}) = 0$$

### Expectativa do Preço Futuro e o Conjunto de Informações

Quando as variáveis forem medidas em termos discretos deve-se precisar cuidadosamente o conjunto de informações disponíveis para os agentes econômicos que tomam decisões de dispêndio em função da taxa de juros real esperada, pois a taxa de inflação esperada entra como argumento na equação de demanda agregada justamente pelo fato da taxa de juros real esperada influenciar as decisões de investimento.

Quando o índice de preços do período  $t$ ,  $p_t$  para uma informação disponível no momento de investir, a equação de demanda agregada pode ser escrita como:

$$y_t = k + \alpha(m_t - p_t) + \beta(p_{t+1}^e - p_t) + \gamma f_t$$

Onde  $p_{t+1}^e$  é o nível de preços esperado para o período  $t+1$ , com a informação disponível no período  $t$ . Isto é,  $p_{t+1}^e - p_t = \pi_{t+1}^e$  é a taxa de inflação que se antecipa, no período  $t$ , para o período seguinte.

Observe-se que na equação com variável  $p_t$  no lado esquerdo, a soma dos coeficientes de  $m_t$  e  $p_{t+1}^e$  é igual a 1. Esta propriedade contém algumas implicações que serão analisadas mais adiante.

Imagine-se, agora, que no momento de investir, o índice de preços  $p_t$  ainda não é conhecido. A equação de demanda agregada seria, então, dada por:

$$y_t = k + \alpha(m_t - p_t) + \beta({}_{t-1} p_{t+1}^e - p_t^e) + \gamma f_t$$

onde a notação  ${}_{t-1} p_{t+1}^e$  indica que o índice de preços esperado para o período t+1 é baseado no conjunto de informações disponíveis no período t-1. O símbolo  $p_t^e$  representa o índice de preços esperado para o período t, no período t-1. Neste caso, preferimos não incluir o índice t-1 no lado esquerdo da variável  $p_t^e$  para não sobrecarregar a notação. Daqui por diante adotaremos esta convenção ou seja, quando não houver um índice do lado esquerdo da variável, o valor esperado refere-se ao valor que era antecipado no período anterior:  $p_t^e = {}_{t-1} p_t^e$ .

A equação de demanda agregada acima pode ser escrita, também, do seguinte modo:

$$y_t = k + \alpha(m_t - p_t) + \beta {}_{t-1} \pi_{t+1}^e + \gamma f_t$$

onde  ${}_{t-1} \pi_{t+1}^e = {}_{t-1} p_{t+1}^e - p_t^e$  é a taxa de inflação esperada, no período t-1, para o período t+1.

## 12. A Determinação dos Preços Num Modelo Neoclássico com Expectativas Racionais

No modelo neoclássico como veremos no capítulo seguinte, o nível de produto é determinado no mercado de trabalho, e a economia opera a pleno emprego. A equação de demanda agregada, nestas circunstâncias determina o nível de preços. A Figura 37 ilustra graficamente o modelo. A curva de demanda agregada é representada por DD, e a oferta agregada é vertical no nível do produto de pleno emprego,  $y = \bar{y}$ . O nível de preços é determinado pelos movimentos da curva DD.

Analiticamente este modelo será dado pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} y_t = k + \alpha(m_t - p_t) + \beta({}_{t-1} p_{t+1}^e - p_t^e) + \gamma f_t + g_t \\ y_t = \bar{y} + u_t \\ f_t = \bar{f} + v_t \\ m_t = \bar{m} + \eta_t \end{cases}$$

A primeira equação é a equação de demanda agregada. Os símbolos já são conhecidos e  $\varepsilon_t$  é uma variável aleatória nas curvas IS e LM.

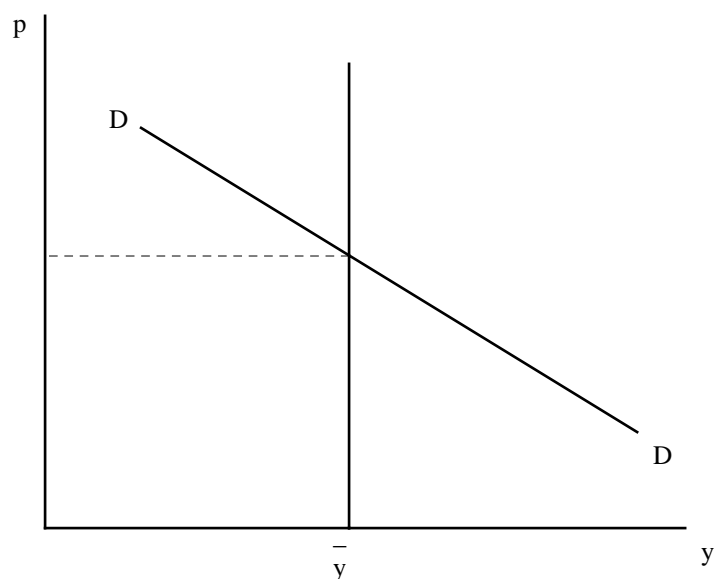


Figura 37. Nível de Preços no Modelo Neoclássico

A segunda equação nos diz que o nível do produto flutua randomicamente em torno do nível de pleno emprego ( $\bar{y}$ ), de acordo com a variável aleatória  $u_t$ .

As duas últimas equações representam as políticas fiscal e monetária que têm como objetivo atingirem, na média, os valores  $\bar{f}$  e  $\bar{m}$ . As variáveis  $v_t$  e  $\eta_t$  são variáveis aleatórias, e como as demais  $\varepsilon_t$  e  $u_t$ , têm médias zero, variâncias constantes, não são correlacionadas serialmente e são ortogonais entre si.

A hipótese de expectativa racionais equívale a dizer que o valor esperado do nível de preços é igual à esperança matemática do mesmo, da distribuição condicionada pela informação disponível no período t-1. Isto é:

$$p_t^e = E(p_t / I_{t-1})$$

$${}_{t-1} p_{t+1}^e = E(p_{t+1} / I_{t-1})$$

No que se segue simplificaremos a notação representando a variável  ${}_{t-1} p_{t+1}^e$  por  $p_{t+1}^e$ , suprimindo o índice t-1, pois neste exemplo as esperanças matemáticas são computadas no período t-1.

Tomando-se a esperança matemática de ambos os lados da equação de demanda agregada e levando-se em conta que as esperanças matemáticas de  $y_t$ ,  $f$  e  $m$ , são respectivamente, iguais a  $\bar{y}$ ,  $\bar{f}$  e  $\bar{m}$ , obtém-se o seguinte resultado:

$$\bar{y} = k + \alpha(\bar{m} - p_t^e) + \beta(p_{t+1}^e - p_t^e) + \gamma \bar{f}$$

que pode ser escrito como:

$$p_{t+1}^e = \frac{\alpha + \beta}{\beta} p_t^e - \frac{\theta}{\beta}$$

onde  $\theta = -\bar{y} + k + \alpha\bar{m} + \gamma\bar{f}$ . Esta equação é uma equação linear de diferenças finitas de primeira ordem, cuja solução é dada por:

$$p_{t+i}^e = \frac{\theta}{\alpha} + \left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)^i \left(p_t^e - \frac{\theta}{\alpha}\right)$$

Uma das características importantes desse modelo é de que ele não fornece o valor esperado inicial  $p_t^e$  para o nível de preços. Para qualquer valor que se arbitre para  $p_t^e$  tem-se uma solução de equação de diferenças finitas. Colocando-se a mesma questão de outro modo: qualquer valor previsto para o futuro é consistente com algum valor para  $p_t^e$ . Consequentemente, o modelo apresenta uma infinidade de soluções.

Outra propriedade importante desse modelo é de que se  $p_t^e$  for diferente de  $\theta/\alpha$  ( $p_t^e = \theta/\alpha$ ), o nível de preços cresce indefinidamente, como se pode verificar no diagrama de fases da Figura 38. O modelo produz uma "bolha" (bubble) para o nível de preços, pois os preços subiriam por combustão espontânea, simplesmente pelo fato de se prever que eles subiriam.

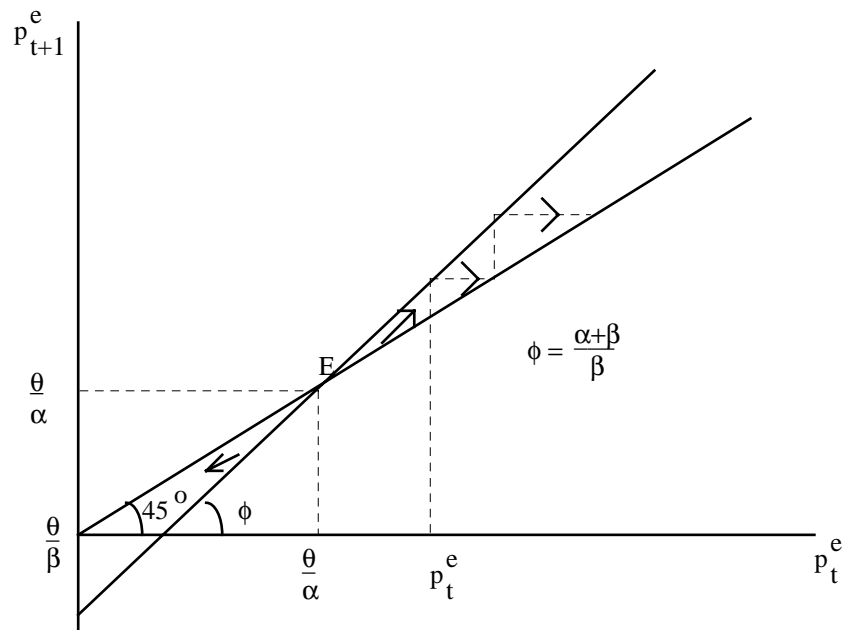


Figura 38. Diagrama de Fases

A literatura sobre modelos com expectativas racionais tem apresentado uma série de hipóteses adicionais para restringir o conjunto de soluções do modelo. Uma dessas hipóteses é de que a partir de uma certa data futura o nível de preços esperado se estabiliza:

$$p_{t+i+1}^e = p_{t+i}^e$$

Substituindo-se a solução da equação de diferenças finitas nesta condição, obtém-se:

$$\frac{\theta}{\alpha} + \left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)^{t+i+1} \left(p_t^e - \frac{\theta}{\alpha}\right) = \frac{\theta}{\alpha} + \left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)^{t+i} \left(p_t^e - \frac{\theta}{\alpha}\right)$$

Simplificando-se resulta:

$$\left(\frac{\alpha - \beta}{\beta} - 1\right) \left(p_t^e - \frac{\theta}{\alpha}\right) = 0$$

Como  $\alpha > 0$ , esta restrição só é satisfeita se:

$$p_t^e = \frac{\theta}{\alpha}$$

Isto é, se acredita que os preços irão se estabilizar no futuro, eles se estabilizam hoje, e, portanto, para qualquer período tem-se:

$$p_{t+i}^e = \frac{\theta}{\alpha}$$

O ponto E da Figura 38 é o ponto de equilíbrio do modelo, apesar dele ser instável. Quando ocorre uma mudança antecipada na política monetária, ou na política fiscal, ou no nível de produto potencial, o nível de preços ajusta-se instantaneamente, passando, digamos, do ponto E<sub>1</sub> para o ponto E<sub>2</sub>, como indicado na Figura 39.

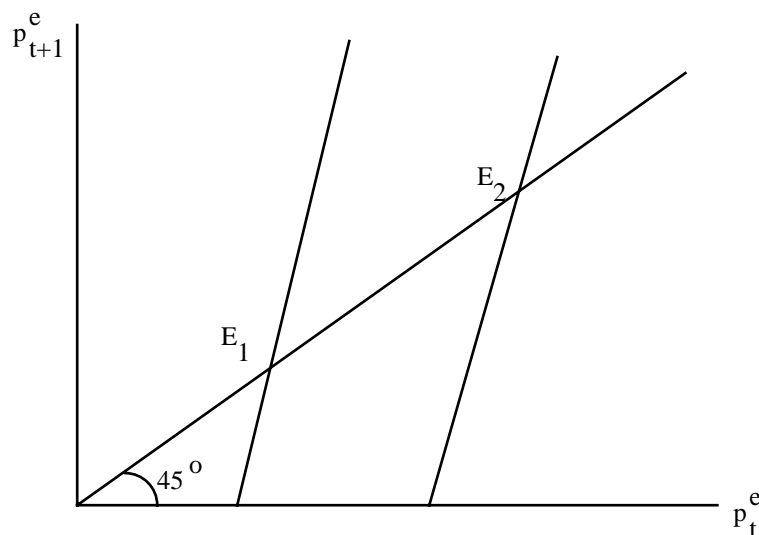


Figura 39. Mudanças Antecipadas no Equilíbrio

A hipótese de que o nível de preços esperado permanecerá constante no futuro apesar de bastante plausível, eliminando-se a possibilidade do aumento dos preços por um processo de combustão espontânea, é casuística, pois não está fundamentada no comportamento dos agentes econômicos.

De acordo com a equação de demanda agregada, o nível de preços da economia será igual a:

$$p_t = m_t - \frac{y_t - k}{\alpha} + \frac{\beta}{\alpha} (p_{t+1}^e - p_t^e) + \frac{\gamma}{\alpha} f_t + \frac{\varepsilon}{\alpha}$$

Substituindo-se as demais equações do modelo na expressão acima, e levando-se em conta a solução adotada para o nível de preços esperado, chega-se ao seguinte resultado:

$$p_t = \bar{m} - \frac{\bar{y} - k}{\alpha} + \frac{\gamma}{\alpha} f + \frac{\alpha \eta_t - u_t + \gamma v_t + \varepsilon_t}{\alpha}$$

O nível de preços observado tem dois componentes. O componente antecipado depende das políticas monetária, fiscal e do nível do produto de pleno emprego. O segundo componente, que é a parte não antecipada, depende dos choques que ocorrem no sistema, sejam de política ou de comportamento dos agentes econômicos.

# CAPÍTULO 3

## A OFERTA AGREGADA

A oferta agregada no modelo de curto prazo, pode ser desenvolvida a partir de diferentes concepções do funcionamento do mercado de mão-de-obra, da fixação de preços pelas empresas, de diferentes hipóteses quanto à flexibilidade do sistema de preços na economia e quanto aos mecanismos de formação de expectativas dos agentes econômicos.

Em alguns modelos supõe-se mercados competitivos onde as empresas são tomadoras de preços (price takers), com preços iguais aos custos marginais de produção, em outros modelos admite-se que as empresas determinam seus preços adicionando-se ao custo unitário de produção, uma certa margem (as empresas são, nestas circunstâncias, price makers). Em vários modelos, admite-se que existe, pelo menos no curto prazo, rigidez nos salários, rigidez esta que é responsável pela existência de desemprego na economia.

Nos modelos que serão apresentados a seguir, deduz-se uma correlação positiva, no curto prazo, entre o nível de preços e o nível de renda real, ou entre a taxa de inflação e a renda real. No longo prazo, o nível de preços ( ou a taxa de inflação) independe do nível de renda real da economia. No curto prazo, o modelo apresenta propriedades keynesianas com ajustes nas quantidades e nos preços. No longo prazo, o modelo torna-se neoclássico, pois todos os ajustes são nos preços.

### 1. Modelo Neoclássico

O nível de produção é função do volume de mão-de-obra empregada e do estoque de capital existente na economia, de acordo com a seguinte função de produção:

$$y=f(N,\bar{K}),f_N>0,f_{NN}<0$$

Supõe-se que, no curto prazo, o estoque de capital é constante, daí  $K = \bar{K}$ . A produtividade marginal da mão-de-obra é positiva ( $f_N = \partial f/\partial N > 0$ ) e ela decresce quando a quantidade de mão-de-obra aumenta, isto é:  $f_{NN} = \partial^2 f/\partial N^2 < 0$ .

A Figura 1 mostra a função de produção para um dado estoque de capital. No eixo vertical mede-se o nível de produção e no eixo horizontal a quantidade de mão-de-obra. A tangente num ponto da curva, como no ponto A, por exemplo, é igual a produtividade marginal da mão-de-obra. Acréscimos no estoque de capital deslocam a curva OAB para cima e para a esquerda.

Uma empresa competitiva que tem como objetivo maximizar o lucro, demandará uma quantidade de mão-de-obra tal que a produtividade marginal da mesma seja igual ao salário real, isto é:

$$\frac{W}{P} = g(N^d)$$

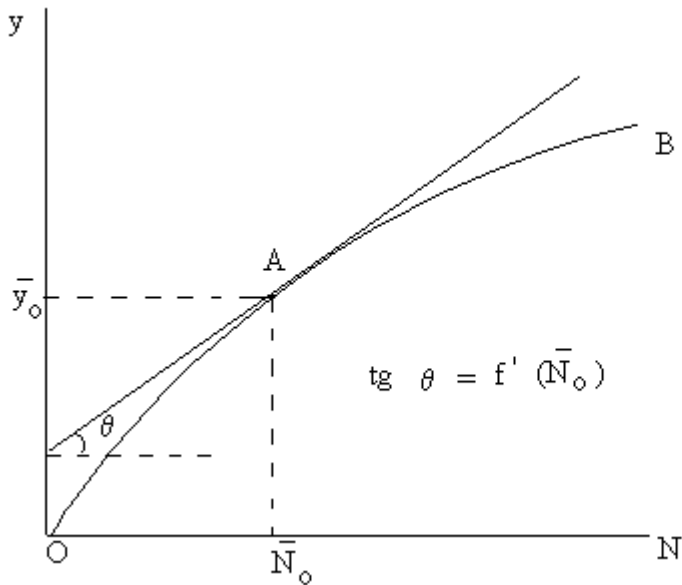


Figura 1. A Função de Produção

onde  $g(N^d) = \frac{\partial f}{\partial N}(N, \bar{K})$ . Como a produtividade marginal da mão-de-obra decresce com o aumento de sua quantidade, segue-se que a curva de demanda de mão-de-obra, na Figura 2a, é

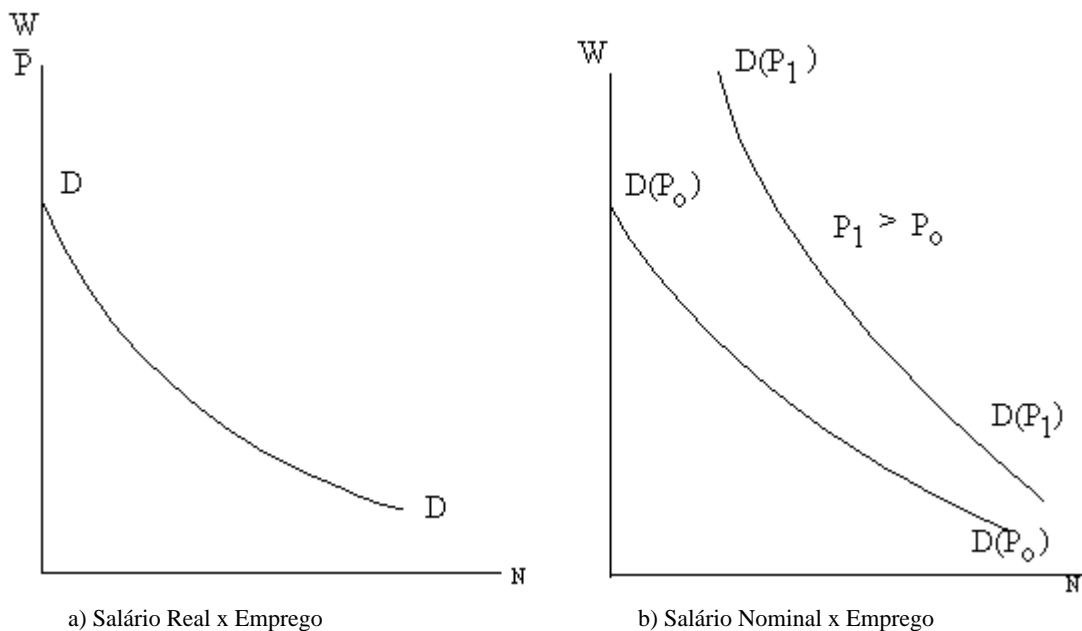


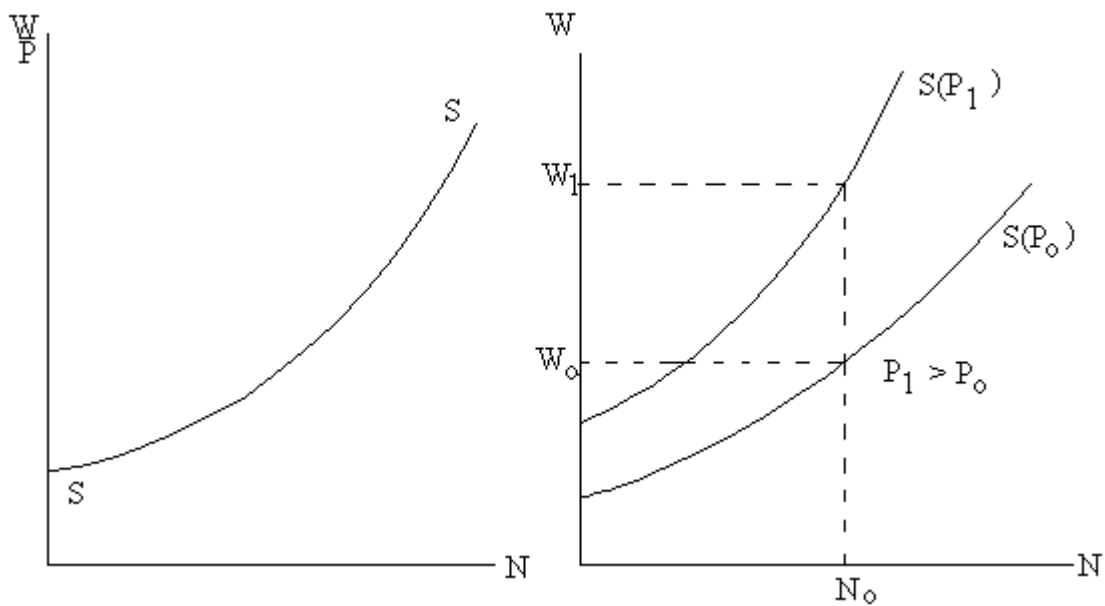
Figura 2. A Demanda de Mão-de-Obra

negativamente inclinada. Na Figura 2b o eixo vertical mede o salário nominal. Neste caso, a curva de demanda depende do nível de preços. Assim, para o nível de preços  $P_1$ , a curva de demanda  $D(P_1)$  está acima dos pontos correspondentes à curva  $D(P_0)$ , pois  $P_1$  é maior que  $P_0$ .

Admita-se que a quantidade de mão-de-obra ofertada depende do salário real do indivíduo, e que essas duas variáveis estão positivamente correlacionadas. Isto é:

$$\frac{W}{P} = h(N^s) \quad , \quad h_N > 0$$

Na Figura 3a representa-se esta equação pela curva SS. No eixo vertical mede-se o salário real e no eixo horizontal o volume de emprego. A curva é positivamente inclinada, pois supõe-se que o salário real e o nível de emprego movem-se na mesma direção pelo lado da oferta. Na Figura 3b o eixo vertical mede o salário nominal. Agora, para cada nível de preços corresponde uma curva de oferta.. Assim, para o volume de emprego igual a  $N_0$ , o salário nominal desejado pelos trabalhadores é igual a  $W_0$  quando o nível de preços é  $P_0$ , e igual a  $W_1$  quando o nível de preços é  $P_1$ .



a) Salário Real x Emprego

b) Salário Nominal x Emprego

Figura 3. A Oferta de Mão-de-Obra

O modelo neoclássico supõe que os salários e preços são flexíveis, de tal sorte que o mercado de mão-de-obra está sempre em equilíbrio, com a quantidade demandada igual à ofertada:

$$N^d = N^s$$

A Figura 4 mostra o equilíbrio do mercado de mão-de-obra. O volume de emprego é igual a  $\bar{N}$ . O salário real é igual a  $W_0/P_0$  e o salário nominal é  $W_0$ . Quando o nível de preços se altera, as curvas de demanda e oferta no plano  $W$  e  $N$  deslocam-se de tal sorte a manter

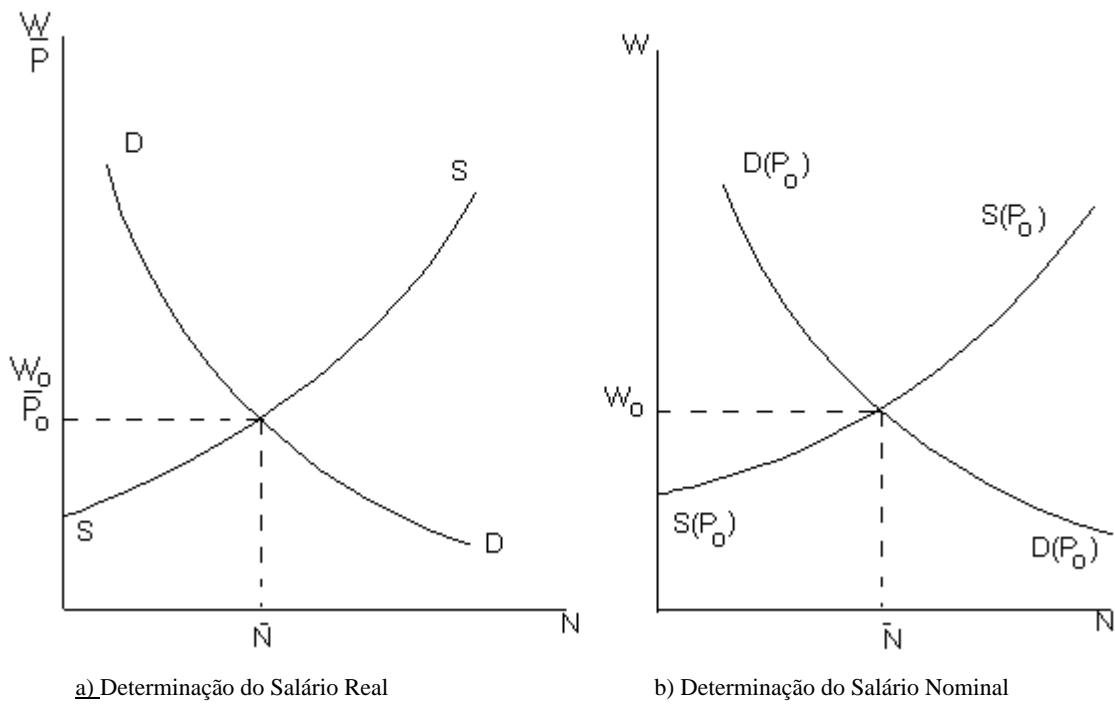


Figura 4. Modelo Neoclássico: Equilíbrio do Mercado de Mão-de-Obra

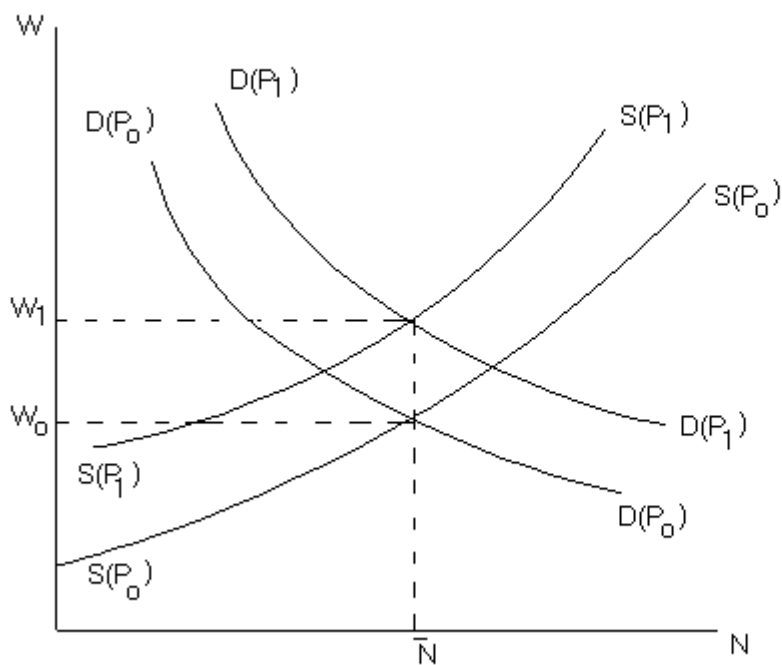


Figura 5. Efeito de Mudança de Preços Sobre o Salário Nominal

o mesmo nível de emprego  $N$ , e o mesmo salário real  $W_1/P_1 = W_0/P_0$ , como indicado na Figura 5. Portanto, para qualquer nível de preços o volume de emprego é constante e igual a  $\bar{N}$ .

De acordo com a função de produção, a este nível de emprego corresponde um produto igual a  $\bar{y} = f(\bar{N}, \bar{K})$ . A curva de oferta agregada, com nível de preços marcado no eixo vertical e com o nível do produto real no eixo horizontal, é vertical no modelo neoclássico. A economia estaria sempre em pleno emprego em virtude da flexibilidade de preços e de salários.

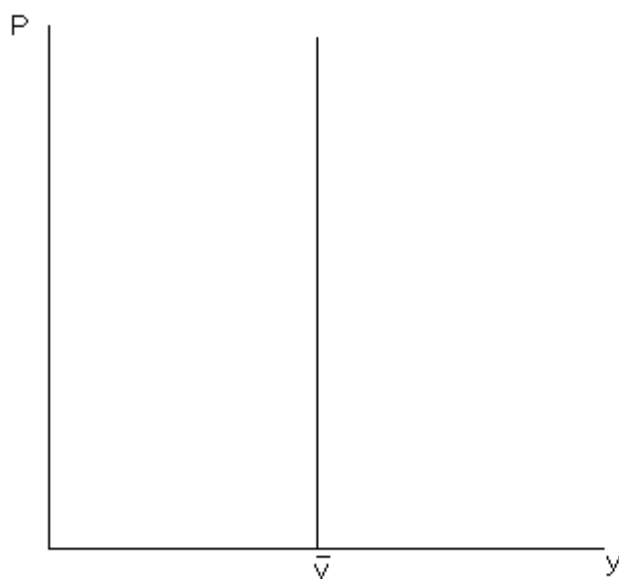


Figura 6. Modelo Neoclássico: Oferta Agregada Vertical

### Exemplo Algébrico

Suponha que a função de produção seja expressa por:

$$y = a + \beta n$$

onde  $y$  e  $n$  são, respectivamente, os logaritmos do produto real e do volume de emprego. A igualdade entre o salário real e a produtividade marginal do trabalho fornece a seguinte equação de demanda de mão-de-obra:

$$\omega - p = b - (1 - \beta) n^d$$

onde  $b = a + \log \beta$  e  $\omega$  e  $p$  são, respectivamente, os logaritmos do salário nominal e do nível de preços.

A equação de oferta de mão-de-obra é dada por:

$$\omega - p = c + \delta n^s$$

O mercado de trabalho estará em equilíbrio quando:

$$n^d = n^s = n$$

As quatro equações anteriores fornecem os seguintes valores para o nível de produto, o volume de emprego e o salário real na situação de equilíbrio:

$$\begin{cases} \bar{y} = a + \frac{\beta(b-c)}{1-\beta+\delta} \\ \bar{n} = \frac{b-c}{1-\beta+\delta} \\ \overline{\omega-p} = c + \frac{\delta(b-c)}{1-\beta+\delta} \end{cases}$$

## 2. Modelo Keynesiano

O modelo keynesiano pressupõe que o salário nominal é rígido para baixo, pois o salário é maior ou quando muito igual a  $\bar{W}$ . Isto é:

$$W \geq \bar{W}$$

A equação de demanda de mão-de-obra continua sendo dada pela expressão:

$$\frac{W}{P} = g(N^d)$$

A quantidade máxima de mão-de-obra que os trabalhadores estariam dispostos a ofertar seria dada pela função de oferta:

$$\frac{W}{P} = h(N^s)$$

O mercado de trabalho não estaria necessariamente em equilíbrio pois o volume de emprego seria igual ao valor mínimo entre as quantidades demandada e ofertada, de acordo com:

$$N = \min \{N^d, N^s\}$$

A Figura 7 mostra o funcionamento do mercado de trabalho na hipótese keynesiana de salário rígido.

Quando o salário nominal é igual a  $\bar{W}$ , a quantidade demandada de mão-de-obra, ao nível de preços  $P_0$ , é igual a  $N_0$ , como indicado na Figura 7. Nestas circunstâncias o salário real está acima daquele nível que equilibra o mercado de trabalho. Como o salário nominal não pode diminuir, o volume de emprego ( $N_0$ ) ficará aquém do nível de pleno emprego ( $\bar{N}$ ).

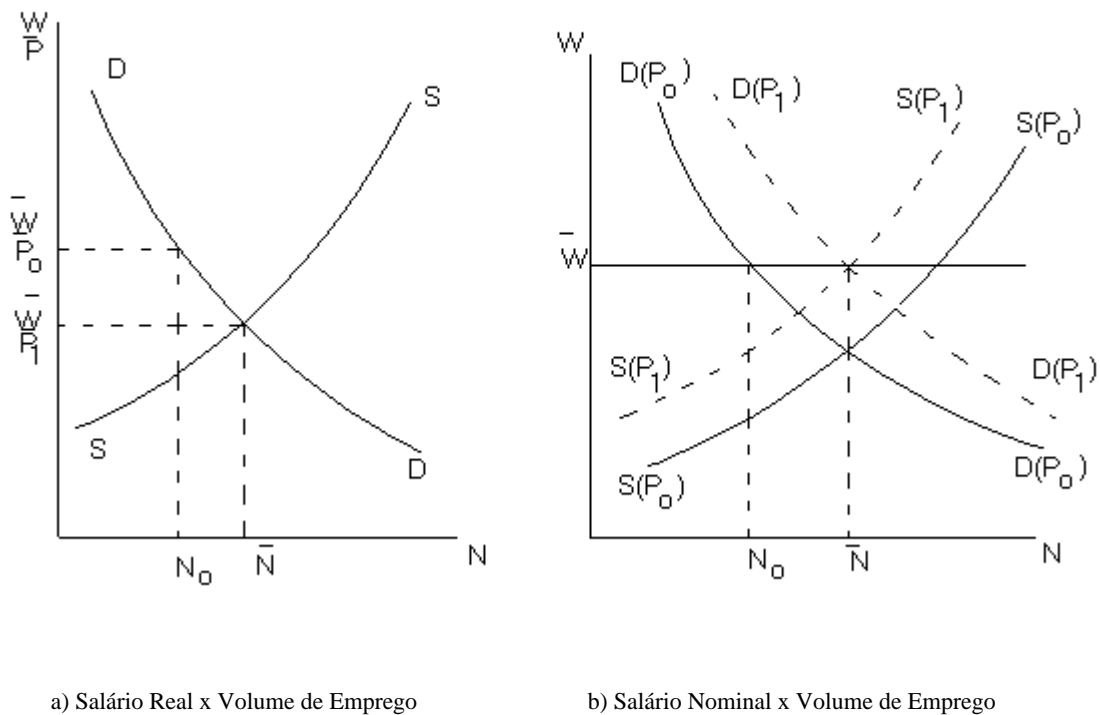


Figura 7. Mercado de Trabalho: Salário Nominal Rígido

Se o nível de preços aumentasse de  $P_0$  para  $P_1$ , o salário real cairia, e o nível de emprego aumentaria. Portanto, para um dado salário nominal, quando o nível de preços cresce, o nível de emprego, e consequentemente o produto real também cresce, até atingir o nível de pleno emprego e do produto potencial da economia. A curva de oferta agregada da economia é positivamente inclinada até o nível de preços  $P_1$ , onde ela se torna vertical como indicado na Figura 8.

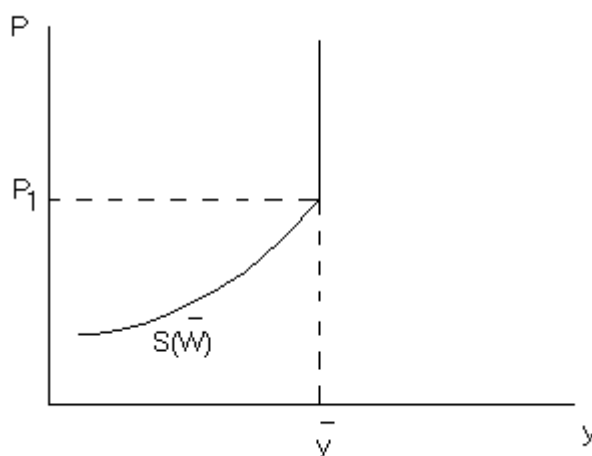


Figura 8. Oferta Agregada: A Hipótese Keynesiana de Salário Rígido

Exemplo Algébrico

Tomemos o mesmo exemplo algébrico da seção anterior, com a introdução da hipótese da rigidez de salário nominal e, portanto, de desequilíbrio no mercado de trabalho. As equações do modelo são as seguintes:

função de produção:	$y = a + \beta n$
demanda de mão-de-obra:	$\omega - p = b - (1-\beta) n^d$
oferta de mão-de-obra:	$\omega - p = c + \delta n^s$
rigidez de salário nominal:	$\omega \geq \bar{\omega}$
volume de emprego:	$n = \min \{ n^d, n^s \}$

Admitiremos que o salário nominal  $\bar{\omega}$  é tal que, ao nível de preços  $p$ , o salário real é maior do que aquele que prevaleceria na situação de pleno emprego, ou seja:

$$\bar{\omega} - p \geq \frac{\delta b + (1-\beta) c}{\delta + 1 - \beta}$$

ou ainda:

$$p \leq \bar{\omega} - \frac{\delta b + (1-\beta) c}{\delta + 1 - \beta}$$

Na hipótese oposta, quando o salário  $\bar{\omega}$  fosse tal que o salário real estivesse abaixo do salário real de pleno emprego, haveria excesso de demanda de mão-de-obra. Este excesso de demanda elevaria os salários nominais pois, por hipótese, eles não são rígidos para cima. Esta hipótese pode, portanto, ser descartada por não apresentar nenhum interesse prático.

Quando o salário real é superior ao de pleno emprego, o volume de emprego é dado pela curva de demanda de mão-de-obra. Substituindo-se o valor de  $n^d$  na função de produção obtém-se a curva de oferta agregada da economia:

$$y = \frac{a(1-\beta) + \beta b}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta} (p - \bar{\omega}), \quad p \leq \bar{\omega} - \frac{\delta b + (1-\beta) c}{\delta + 1 - \beta}$$

Por outro lado, se o nível de preços  $p$  for tal que satisfaça a desigualdade:

$$p \geq \bar{\omega} - \frac{\delta b + (1-\beta) c}{\delta + 1 - \beta}$$

o produto real será igual ao produto de pleno emprego:

$$y = \bar{y}, \quad p \geq \bar{\omega} - \frac{\delta b + (1-\beta) c}{\delta + 1 - \beta}$$

A Figura 9 mostra a curva de oferta agregada deste exemplo. Até o nível de preços  $\bar{p}$ ,

$$\bar{p} = \bar{\omega} - \frac{\delta b + (1 - \beta)c}{\delta + 1 - \beta} ,$$

a curva de oferta agregada é positivamente inclinada. A partir daí ela é vertical.

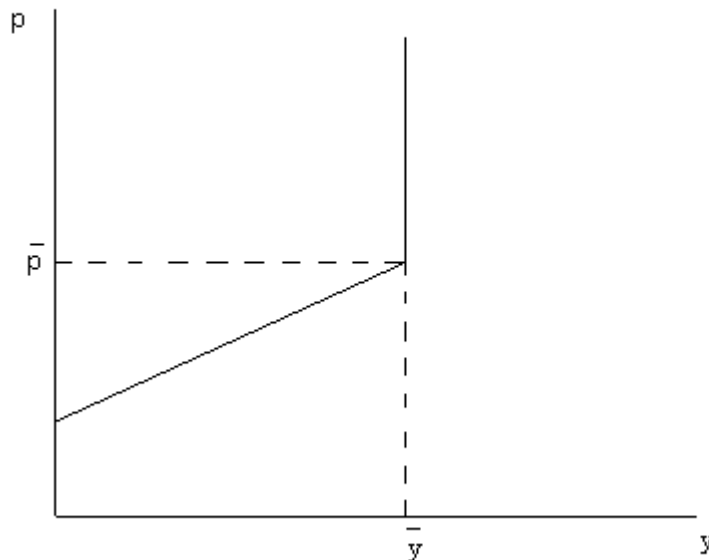


Figura 9. A Curva de Oferta Agregada do Modelo Log-Linear: Salário Nominal Rígido

### 3. Modelo de Friedman

O modelo do mercado de trabalho apresentado por Friedamn, em seu discurso presidencial da Associação de Economistas Americanos, admite como hipótese básica uma assimetria no conjunto de informações dos trabalhadores e dos empregadores: os trabalhadores oferecem sua força de trabalho com base no nível de preços esperado, enquanto os empregadores contratam a mão-de-obra conhecendo de antemão os preços dos bens que irão produzir. As equações do mercado de trabalho, são, então, dadas por:

demanda de mão de obra:  $\frac{W}{P} = g(N^d)$

oferta de mão-de-obra:  $\frac{W}{p^e} = h(N^s)$

equilíbrio de mercado:  $N^d = N^s$

O nível de preços esperado  $P^e$  é exógeno, e no momento não nos interessa o mecanismo pelo qual os trabalhadores formam suas expectativas sobre o futuro.

Graficamente a Figura 10 descreve o funcionamento do mercado de trabalho. Quando os trabalhadores acertam nas suas expectativas,  $P^e = P$ , o volume de emprego é igual a  $\bar{N}$ .

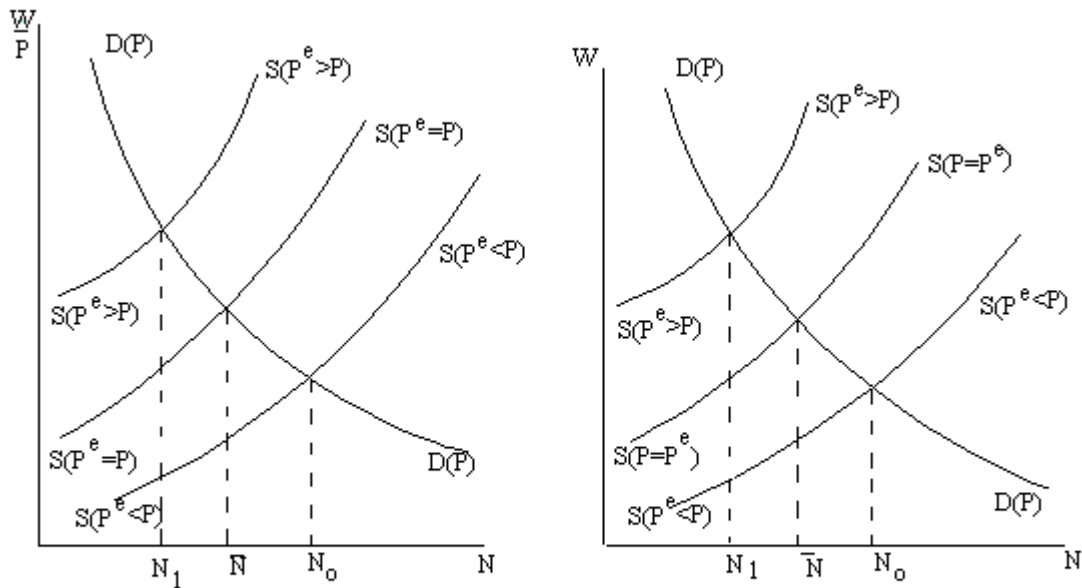


Figura 10. Mercado de Trabalho: Hipótese Friedmaniana

Nestas circunstâncias, existe equilíbrio tanto no curto como no longo prazo, pois ambos os lados do mercado estão nas suas posições preferidas,

Quando os trabalhadores antecipam um nível de preços menor do que aquele que efetivamente ocorre, eles oferecem um volume de mão-de-obra acima do nível de pleno emprego, pois esperavam um salário real elevado que na verdade não se materializou. Esta situação não é de equilíbrio de longo prazo, porque os trabalhadores acabarão por reconhecer que tomaram uma decisão errada, e irão rever o volume de emprego que desejam oferecer diante das novas condições da economia.

Quando os trabalhadores antecipam um nível de preços superior ao que ocorreu, o volume de emprego é inferior ao de pleno emprego e suas decisões serão revistas face ao erro de previsão.

No modelo de Friedman os níveis de emprego e de produto real variam, no curto prazo, em virtude dos erros de previsão dos trabalhadores. Para um dado nível de preços esperado ( $P_0^e$ ), quanto maior o nível de preços ( $P$ ) maior será o produto real da economia. Quando o nível de preços for igual ao valor antecipado pelos trabalhadores ( $P = P_0^e$ ), o produto real será igual ao produto de pleno emprego. A Figura 11 mostra as curvas de oferta agregada de curto prazo, que são positivamente inclinadas, e a curva de oferta agregada de longo prazo que é vertical, como no modelo neoclássico.

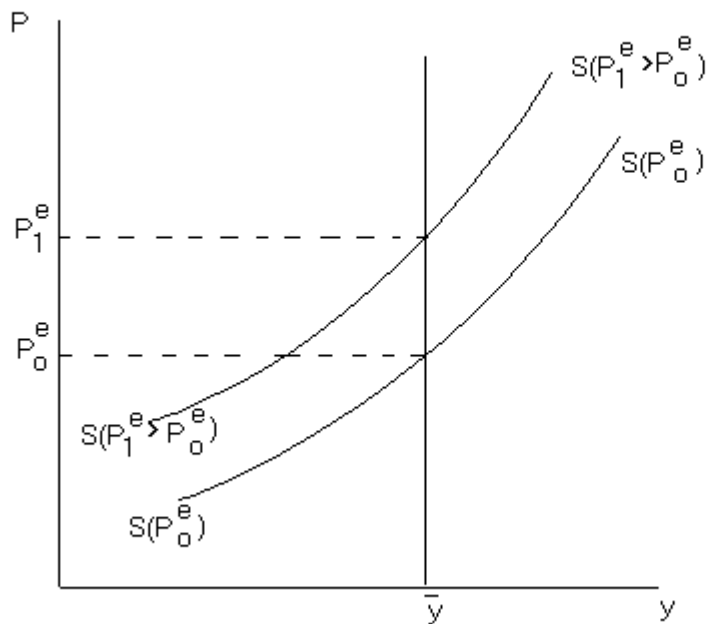


Figura 11. A Oferta Agregada: Modelo Friedmaniano

### Exemplo Algébrico

Considere-se o modelo formado pelas seguintes equações:

função de produção:	$y = a + \beta n$
demanda de mão-de-obra:	$\omega \cdot p = b - (1-\beta) n^d$
oferta de mão-de-obra:	$\omega \cdot p^e = c + \delta n^s$
equilíbrio de mercado:	$n^d = n^s = n$

A equação de oferta de mão-de-obra depende do logaritmo do nível de preços esperado ( $p^e$ ). As demais equações são idênticas às equações do modelo neoclássico. O mercado de trabalho está sempre em equilíbrio. No curto prazo o nível de preços pode divergir do preço antecipado pelos trabalhadores. O equilíbrio de longo prazo requer que as previsões dos trabalhadores se materializem.

As três últimas equações do modelo quando resolvidas fornecem a seguinte expressão para o volume de emprego da economia:

$$n = \bar{n} + \frac{1}{\delta + 1 - \beta} (p - p^e)$$

onde  $\bar{n} = \frac{b-c}{\delta+1-\beta}$  é o nível de pleno emprego. Quando  $p > p^e$ , segue-se que  $n > \bar{n}$  e se  $p < p^e$   $n < \bar{n}$ . Substituindo-se este valor de  $n$  na função de produção, obtém-se a seguinte equação de oferta agregada:

$$y = \bar{y} + \frac{\beta}{\delta+1-\beta} (p - p^e)$$

onde  $\bar{y} = \frac{a(\delta+1-\beta) + \beta(b-c)}{\delta+1-\beta}$ . Alternativamente:

$$p = p^e + \frac{\delta+1-\beta}{\beta} (y - \bar{y})$$

A Figura 12 mostra a representação gráfica da equação anterior. Como a taxa de inflação atual e esperada são definidas por

$$\pi = p - p_{-1}, \quad e$$

$$\pi^e = p^e - p_{-1}$$

onde  $p_{-1}$  é o logaritmo do nível de preços do período anterior, a equação de oferta agregada pode ser escrita também como:

$$\pi = \pi^e + \frac{\delta+1-\beta}{\beta} (y - \bar{y})$$

que é a Curva de Phillips do modelo friedmaniano.

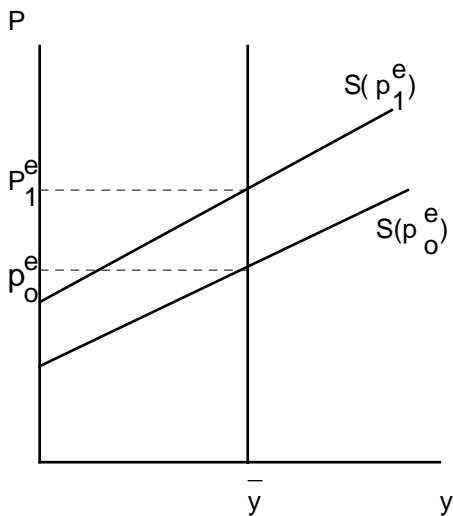


Figura 12. A Oferta Agregada

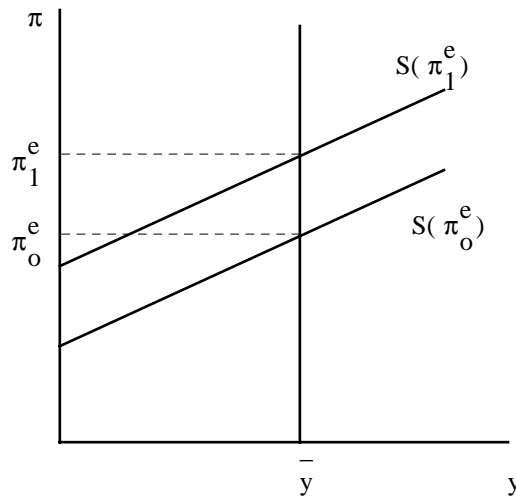


Figura 13. A Curva de Phillips

#### 4. Modelo de Gray-Fischer

O modelo de Gray-Fischer supõe que o mercado de mão-de-obra funciona do seguinte modo. No início de cada período, com base no nível de preços que é antecipado pelos trabalhadores e empresários, os salários nominais são determinados de sorte a equilibrar a oferta e a procura de mão-de-obra. Os salários nominais permanecem fixos durante todo o período de vigência do contrato de trabalho, e os empresários são livres para contratarem e despedirem trabalhadores durante o período de vigência do contrato. Neste modelo, portanto, não existe a assimetria de informação do modelo friedmaniano, pois o salário nominal é determinado com base na expectativa de preços dos trabalhadores

e dos empresários. Como no modelo keynesiano, o modelo de Gray-Fischer admite que no curto prazo, o salário nominal é rígido e que o mercado de mão-de-obra pode estar em desequilíbrio. No longo prazo, como no modelo neoclássico, os salários e preços são flexíveis de sorte a equilibrar o mercado de trabalho.

A Figura 14 ilustra o funcionamento do mercado de trabalho. O salário nominal é medido no eixo vertical e o volume de emprego no eixo horizontal. As curvas de demanda e de oferta de mão-de-obra são traçadas para o mesmo nível de preços esperado ( $P^e$ ). Na interseção das duas curvas, a quantidade demandada é igual à ofertada ( $N^d = N^s$ ). O salário nominal é igual, então, a  $\bar{W}$  e o nível de pleno emprego é igual a  $\bar{N}$ .

Uma vez fixado o salário nominal, o nível de emprego efetivo dependerá do nível de preços observado. Com efeito, suponha que o nível de preços atual ( $P_0$ ) seja aquele que era esperado ( $P_0 > P^e$ ). A curva de demanda de mão-de-obra, na Figura 15, desloca-se para cima porque agora os empresários estão dispostos a pagarem maiores salários, para cada nível de emprego, em virtude do aumento dos preços. Como o salário nominal está fixo, o volume de emprego será igual a  $N_0$ , que é superior ao nível considerado de pleno emprego. Obviamente, esta situação é transitória, porque os trabalhadores estão momentaneamente fora de suas curvas de oferta de longo prazo. Na hipótese de que o nível de preços seja inferior àquele que era antecipado ( $P_1 < P^e$ ), a curva de demanda desloca-se para baixo porque os empresários estariam dispostos a pagarem salários nominais menores em virtude da queda do nível de preços em relação àquele que era esperado. Em consequência, eles ajustam o nível de emprego através de demissões, diminuindo o número de homens-hora para  $N_1$ .

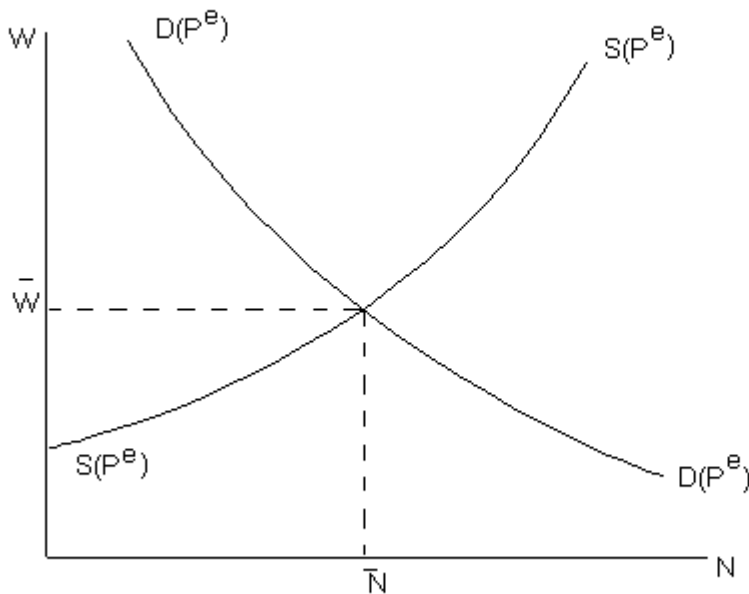


Figura 14. A Determinação do Salário Nominal

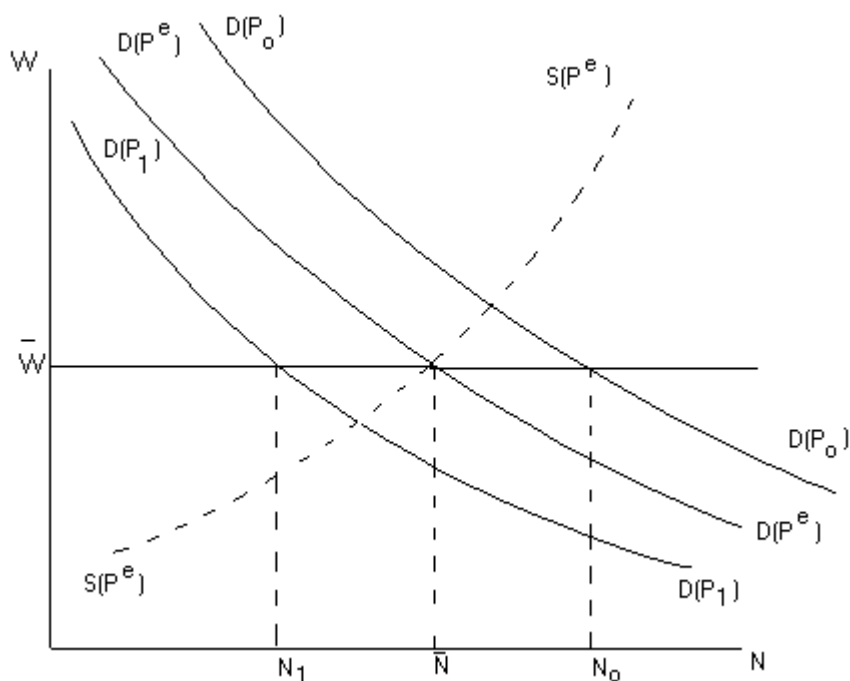


Figura 15. A Determinação do Nível de Emprego

Quando o nível de preços antecipado for igual ao observado, o volume de emprego será igual a  $\bar{N}$  e o nível de produção será igual a  $\bar{y}$ , como ilustrado na Figura 16. Se o nível de preços for maior do que aquele que era esperado ( $P_0 > P^e$ ), o volume de emprego será superior ao nível de pleno emprego ( $N_0 > \bar{N}$ ), e o nível de produção também o será, isto é,  $y_0 > \bar{y}$ . Por outro lado, quando o nível de preços for inferior ao que era esperado ( $P_1 < P^e$ ), haverá uma redução no nível de emprego e uma conseqüente diminuição da produção na economia. Portanto, a curva  $S(P^e)$  indica os níveis de preços e de renda real de equilíbrio, no curto prazo, para cada nível de preços esperado.

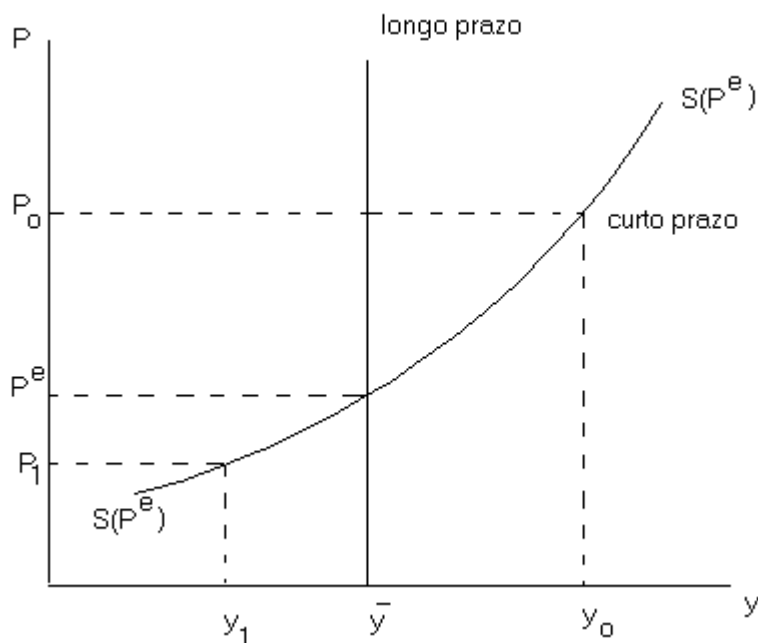


Figura 16. A Curva de Oferta Agregada: Curto x Longo Prazo

Não seria difícil verificar-se que para cada nível de preços esperado corresponderia uma curva de oferta agregada no curto prazo. A Figura 17 ilustra esta proposição. Quando o nível de preços antecipado é igual a  $P_0^e$ , a curva de oferta é dada por  $S(P_0^e)$ .

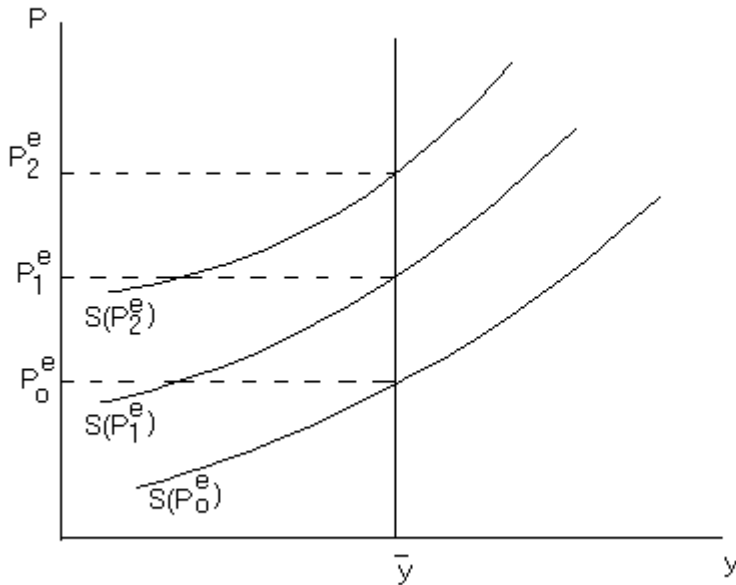


Figura 17. Curvas de Oferta Agregada Para Diferentes Índices de Preços Esperados

### A Oferta Agregada: Um Exemplo Algébrico

Suponha que o nível de produção e a quantidade de mão-de-obra estão ligados através da seguinte função de produção,

$$y = a + \beta n \quad , \quad 0 < \beta < 1$$

onde  $y$  representa o logaritmo do nível de produção,  $n$  o logaritmo da quantidade de mão-de-obra,  $a$  e  $\beta$  são parâmetros. Esta função de produção supõe que o estoque de capital é fixo no curto prazo.

A equação de demanda de mão-de-obra é obtida igualando-se a produtividade marginal da mão-de-obra ao salário real, cuja expressão é a seguinte:

$$\omega - p = b - (1 - \beta) n$$

onde  $\omega$  e  $p$  são, respectivamente, os logaritmos do salário nominal e do nível de preços, e o parâmetro  $b$  é igual a  $a + \log$ .

A oferta de mão-de-obra é uma função crescente da quantidade de mão-de-obra de acordo com:

$$\omega - p = c + \delta n$$

Neste modelo os contratos de trabalho especificarão o salário nominal de cada trabalhador no início do período de produção, de sorte a igualar a oferta e a demanda de mão-de-obra, levando-se em conta o nível de preços esperado ao final do período. Denominando-se por  $\bar{\omega}$  o salário nominal que equilibraria o mercado de trabalho se o nível de preços for igual ao previsto, temos das equações de demanda e oferta de mão-de-obra:

$$\begin{cases} \bar{\omega} - p^e = b - (1 - \beta) n \\ \bar{\omega} - p^e = c + \delta n \end{cases}$$

A solução deste sistema de equação resulta em:

$$\bar{\omega} = p^e + \frac{\delta b + (1 - \beta) c}{\delta + 1 - \beta}$$

O contrato de trabalho estipula o salário nominal no início do período, todavia o nível de emprego será variável de acordo com o nível de preços que efetivamente ocorrer no período, pois a contratação ou dispensa de trabalhadores será feita de acordo com a equação de demanda de mão-de-obra. Substituindo-se a quantidade de mão-de-obra dada pela equação de demanda de mão-de-obra,

$$n = \frac{p - \omega + b}{1 - \beta}$$

na função de produção, obtém-se a função de oferta:

$$y = \frac{a(1 - \beta) + b\beta}{1 - \beta} + \frac{\beta}{1 - \beta} (p - \omega)$$

O nível de produção responde positivamente a aumentos do nível de preços e negativamente a acréscimos no salário nominal.

Substituindo-se o valor do salário nominal,  $\bar{\omega}$ , na expressão anterior obtém-se a equação da curva de oferta agregada:

$$y = \bar{y} + \frac{\beta}{1 - \beta} (p - p^e)$$

onde  $\bar{y}$ , o nível de pleno emprego do produto, seria aquele que ocorreria caso o nível de preços esperado fosse igual ao observado. O valor de  $\bar{y}$  é dado por:

$$\bar{y} = \frac{a(1 - \beta) + b\beta}{1 - \beta} - \frac{\beta[\delta b + (1 - \beta) c]}{(1 - \beta)(\delta + 1 - \beta)}$$

## 5. Modelo de Mark-Up com Curva de Phillips

Suponha-se que os fatores de produção, mão-de-obra e capital, se combinam em proporções fixas, de acordo com a seguinte função de produção:

$$y = \min \left\{ \frac{N}{\ell}, \frac{K}{\kappa} \right\}$$

onde  $\min \{ \quad, \quad \}$  indica o menor dos dois números, N e K medem, respectivamente, a quantidade de homens-hora e máquinas-hora para obtenção do produto y. Os símbolos  $\ell$  e  $\kappa$  indicam os coeficientes técnicos de mão-de-obra e do capital. A Figura 18 mostra esta função de produção. No eixo vertical mede-se a quantidade de capital e no eixo horizontal a quantidade de mão-de-obra. No curto prazo, a quantidade de capital é fixa e igual a  $\bar{K}$ . A este volume de capital corresponde o produto potencial de economia  $\bar{y}$ .

Entretanto, no curto prazo, quando se trabalha horas extras é possível atingir-se um nível de produção maior que  $\bar{y}$ .

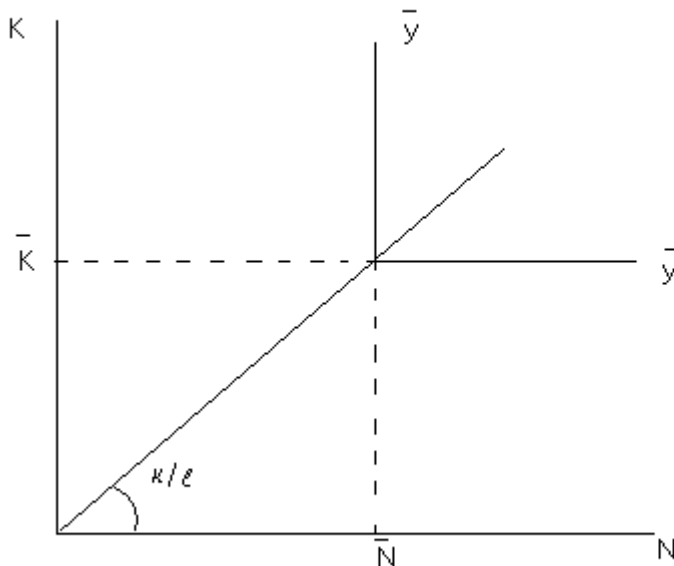


Figura 18. A Função de Produção

### A Formação de Preços e o Mark-up

O nível de preços nesta economia é obtido adicionando-se ao custo unitário da mão-de-obra uma margem igual a k. Isto é:

$$P = (1 + k) \frac{WN}{y}$$

Como o coeficiente da mão-de-obra é igual a  $\ell$ , pois  $N = \ell y$ , segue-se, então, que o nível de preços é proporcional ao salário nominal de acordo com:

$$P = (1+k) \ell W$$

onde o coeficiente de proporcionalidade depende da margem  $k$  e do coeficiente técnico  $\ell$ .

### Salários Nominais Rígidos

Quando os salários nominais são rígidos, a oferta agregada é horizontal até o nível do produto potencial, quando ela se torna, então, vertical. Com efeito, se

$$W = \bar{W}$$

o nível de preços será dado por:

$$P = (1+k) \ell \bar{W} \quad , \quad y \leq \bar{y}$$

A Figura 19 mostra a curva de oferta agregada da economia com salários nominais rígidos e mark-up na fixação de preços. Obviamente, quando o salário nominal aumenta (diminui) a curva de oferta se desloca para cima (baixo).

Se os dois parâmetros  $k$  e  $\ell$  permanecem constantes, os preços e os salários variam na mesma proporção:

$$\frac{P}{P_{-1}} = \frac{W}{W_{-1}}$$

com  $P_{-1}$  e  $W_{-1}$  representando, respectivamente, o nível de preços e o salário nominal no período precedente.

Tomando-se o logaritmo natural de ambos os lados da expressão anterior, podemos escrevê-la do seguinte modo:

$$p - p_{-1} = \omega - \omega_{-1}$$

onde as letras minúsculas indicam o logaritmo natural das variáveis que têm como símbolos as respectivas letras maiúsculas. Portanto, se os salários nominais forem exógenos a taxa de inflação independe do nível de produto. Isto é:

$$\pi = \bar{\omega} - \bar{\omega}_{-1}$$

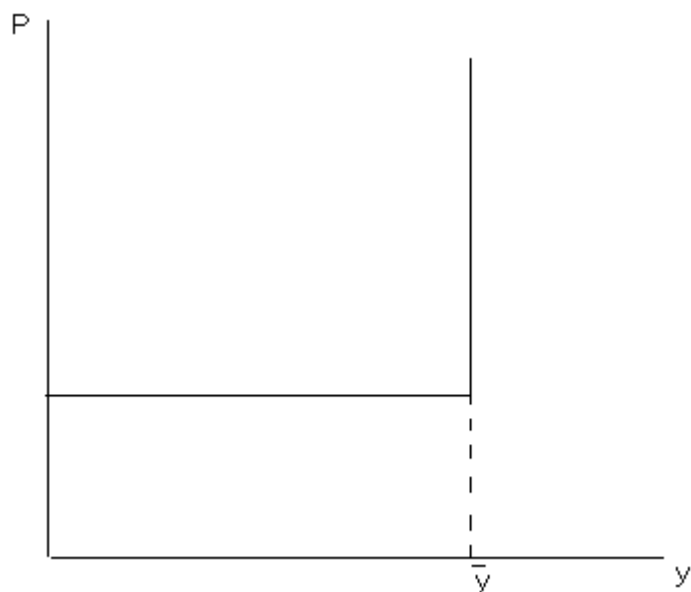


Figura 19. Oferta Agregada com Salários Rígidos e Mark-up na Fixação de Preços

No plano  $\pi$  e  $y$  a curva de oferta agregada é horizontal como indica a Figura 20.

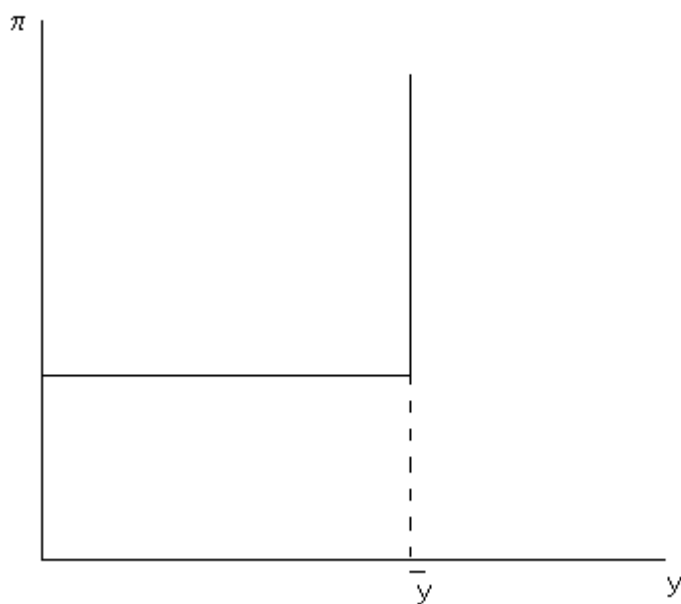


Figura 20. Oferta Agregada: Inflação e Nível de Renda

### A Curva de Phillips

Admita-se que os salários nominais são reajustados com base em três fatores: a inflação prevista, as condições no mercado de trabalho e o crescimento da produtividade da mão-de-obra. Desconsiderando-se este último no momento, podemos escrever que:

$$\omega - \omega_{-1} = p^e - p_{-1} + \beta(y - \bar{y})$$

onde  $p^e$  é o (logaritmo) do nível de preços esperado,  $p^e - p_{-1}$  é a taxa de inflação esperada,  $y - \bar{y}$  é o excesso de demanda no mercado de bens e serviços, e  $\beta$  é um coeficiente que mede como as condições no mercado de trabalho afetam a evolução dos salários.

### A Curva de Oferta Agregada

Combinando-se a curva de Phillips com a equação de mark-up obtém-se a seguinte expressão para a curva de oferta agregada:

$$p - p_{-1} = p^e - p_{-1} + \beta(y - \bar{y})$$

ou ainda:

$$p = p^e + \beta(y - \bar{y})$$

A Figura 21 representa esta curva. No curto prazo, quando  $p \neq p^e$ , o nível de preços e o nível de renda movem-se na mesma direção de acordo com a curva SS. No longo prazo, quando  $p = p^e$ , a curva de oferta é vertical, pois  $y = \bar{y}$ .

Cabe salientar que a equação de oferta agregada que acabamos de derivar, supondo-se que os mercados de bens e serviços são oligopolísticos, tem o mesmo formato da equação de oferta agregada obtida anteriormente, quando admitimos a hipótese de mercados competitivos.

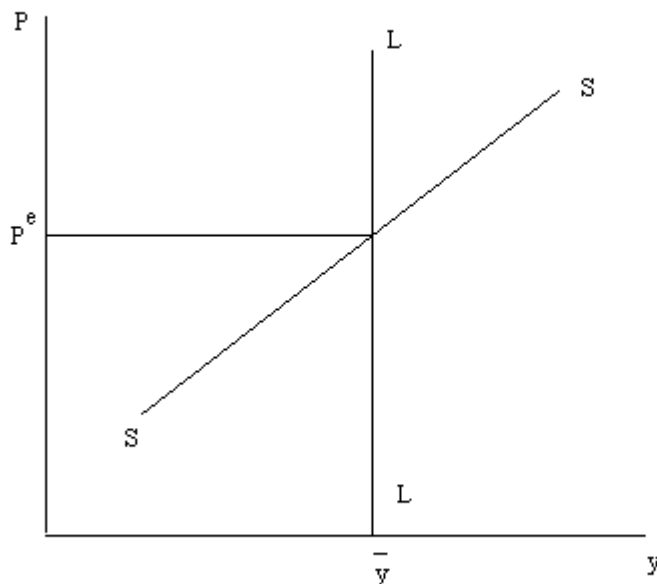


Figura 21. A Oferta Agregada: Curto x Longo Prazo

## 6. A Curva de Oferta de Lucas

O modelo de oferta de Lucas supõe que os mercados são competitivos e estão sempre em equilíbrio, os agentes são racionais e a informação é imperfeita. Cada agente conhece o preço do bem que ele vende, mas desconhece o nível geral de preços da economia. Nestas circunstâncias é difícil distinguir no seu preço o componente que reflete mudanças na economia como um todo, do componente que significa mudança do seu preço relativo. Este problema de informação leva os agentes econômicos a tomarem decisões no curto prazo que divergem daquelas tomadas no longo prazo. No curto prazo os agentes variam o nível de produção por não saberem extrair dos sinais emitidos pelo mercado a informação precisa se a variação do seu preço lhe é específica, ou se ela é comum a todos os mercados.

O modelo, por simplicidade, admite que existe um único produto na economia que é vendido por firmas em um grande número de mercados competitivos, que estão dispersas como se fossem um grande número de ilhas isoladas. Em cada ilha (mercado) as firmas conhecem o preço que está sendo praticado ali, mas desconhecem os preços que estão sendo cobrados nas outras ilhas. Isto é:

$$p_{it} = p_t + Z_{it}, \quad i = 1, \dots, N$$

onde  $p_{it}$  é o preço no  $i$ ésimo mercado no período  $t$ ,  $p_t$  é o nível geral de preços no período  $t$ , e  $Z_{it}$  é o componente que reflete variações de preços relativos entre vários mercados. O preço  $p_{it}$  é conhecido pelos participantes do  $i$ ésimo mercado, mas a divisão nos seus dois componentes é desconhecida.

Cabe observar que o nível geral de preços é uma média dos preços nos diversos mercados, ou seja:

$$\frac{\sum_{i=1}^N p_{it}}{N} = p_t + \frac{\sum_{i=1}^N Z_{it}}{N}$$

Quando o número de mercados é grande, como estamos supondo, o segundo termo pode ser desprezado de acordo com a lei dos grandes números. Portanto,  $p_t$  é o nível geral de preços na economia.

A quantidade do produto oferecida em cada mercado,  $y_{it}$ , pode ser decomposta em duas componentes:

$$y_{it} = \bar{y}_t + y_{it}^c$$

O primeiro termo  $\bar{y}_t$  é a componente normal, ou permanente, e é comum a todos os mercados. esta componente reflete o estoque de capital, o volume de mão-de-obra e a tecnologia da economia. Pode-se admitir que ela varie com o tempo, de acordo com a equação de tendência:

$$\bar{y}_t = \alpha + \beta t$$

O termo  $y_{it}^c$  é a componente cíclica, ou transitória, que depende de cada mercado. Admitiremos que esta componente é proporcional ao preço relativo percebido pelos agentes no  $i$ ésimo mercado. Analiticamente:

$$y_{it}^c = \gamma (p_{it} - p_{it}^e), \gamma > 0$$

O símbolo  $p_{it}^e$  é o nível geral de preços esperado pelos participantes no  $i$ ésimo mercado. A hipótese de que os agentes são racionais significa dizer que  $p_{it}^e$  é igual à esperança matemática do nível geral de preços, da distribuição condicionada pelo conhecimento do próprio preço  $p_{it}$  e das informações disponíveis no período  $t-1$ , representada aqui por  $I_{t-1}$ .

$$p_{it}^e = E(p_t / p_{it}, I_{t-1})$$

Para calcular-se esta esperança matemática é preciso que se faça algumas hipóteses sobre a distribuição dos preços e que se explicita o conjunto de informações  $I_{t-1}$ .

Admitiremos que, baseados na experiência passada, o nível geral de preços tem uma distribuição normal com média  $p_t^e$  e variância  $\sigma^2$ :  $p_t \sim N(p_t^e, \sigma^2)$ . O preço relativo  $p_{it} - p_t = Z_{it}$ , por hipótese, tem distribuição normal com média zero e variância  $\tau^2$ :  $Z_{it} \sim N(0, \tau^2)$ ; e  $Z_{it}$  independe de  $p_t$  e de  $Z_{js}$ , para  $j \neq i$  e  $s \neq t$ . Consequentemente, as variáveis  $p_{it}$  e  $p_t$  têm uma distribuição bivariada normal, caracterizada pelos seguintes parâmetros. A média de  $p_{it}$  é igual a  $p_t^e$ , pois:

$$E p_{it} = E p_t + E Z_{it} = p_t^e$$

A variância de  $p_{it}$  é a soma das variâncias de  $p_t$  e  $Z_{it}$ , porque  $Z_{it}$  e  $p_t$  são independentes. Isto é:

$$Var p_{it} = Var p_t + Var Z_{it} = \sigma^2 + \tau^2$$

onde Var indica a variância da variável aleatória assinalada.

A covariância entre  $p_{it}$  e  $p_t$  é definida por:

$$cov(p_{it}, p_t) = E(p_{it} - E p_{it})(p_t - E p_t)$$

Como  $p_{it} = p_t + Z_{it}$  e a esperança de  $p_{it}$  é igual a  $p_t^e$ , segue-se que:

$$cov(p_{it}, p_t) = E(p_t + Z_{it} - p_t^e)(p_t - p_t^e) = E(p_t - p_t^e)^2 + E Z_{it}(p_t - p_t^e) = \sigma^2$$

O último termo desta expressão decorre do fato de que  $Z_{it}$  independe de  $p_t$ . Portanto, o coeficiente de correlação entre  $p_{it}$  e  $p_t$  é igual a:

$$\rho = \frac{\text{cov}(p_{it}, p_t)}{\sqrt{\text{Var } p_{it} \text{Var } p_t}} = \frac{\sigma^2}{\sqrt{\sigma^2 (\sigma^2 + \tau^2)}}$$

Quando duas variáveis aleatórias X e Y têm uma distribuição (bivariada) normal, a esperança matemática de Y, condicionada a que a variável aleatória X assumo um determinado valor, digamos X = x, é igual a:

$$E(Y / X = x) = \mu_y + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$$

onde  $\mu_y$  e  $\mu_x$  são, respectivamente, as médias de Y e de X,  $\sigma_y^2$  e  $\sigma_x^2$  as variâncias de Y e X, e  $\rho$  o coeficiente de correlação entre as duas variáveis.

A aplicação deste resultado à distribuição de  $p_t$ , condicionada ao valor de  $p_{it}$  é imediata. A esperança condicionada de  $p_t$  é, então, igual a:

$$E(p_t / p_{it}, I_{t-1}) = p_t^e + \frac{\sigma^2}{\sqrt{\sigma^2 (\sigma^2 + \tau^2)}} \frac{\sigma^2}{\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}} (p_{it} - p_t^e)$$

ou ainda:

$$E(p_t / p_{it}, I_{t-1}) = \theta p_t^e + (1 - \theta) p_{it}$$

onde  $\theta$  é a fração da variância de  $p_{it}$  que se deve a mudanças de preços relativos:

$$\theta = \frac{\tau^2}{\sigma^2 + \tau^2}$$

Substituindo-se o valor esperado  $p_t$  na equação da componente cíclica  $y_{it}^c$ , obtém-se:

$$y_{it}^c = \gamma \left\{ p_{it} - \left[ \theta p_t^e + (1 - \theta) p_{it} \right] \right\}$$

que resulta, depois de algumas simplificações, em:

$$y_{it}^c = \gamma \theta (p_{it} - p_t^e)$$

A quantidade ofertada será, então, igual à soma das componentes normal e cíclica:

$$y_{it} = \bar{y}_t + \gamma \theta (p_{it} - p_t^e)$$

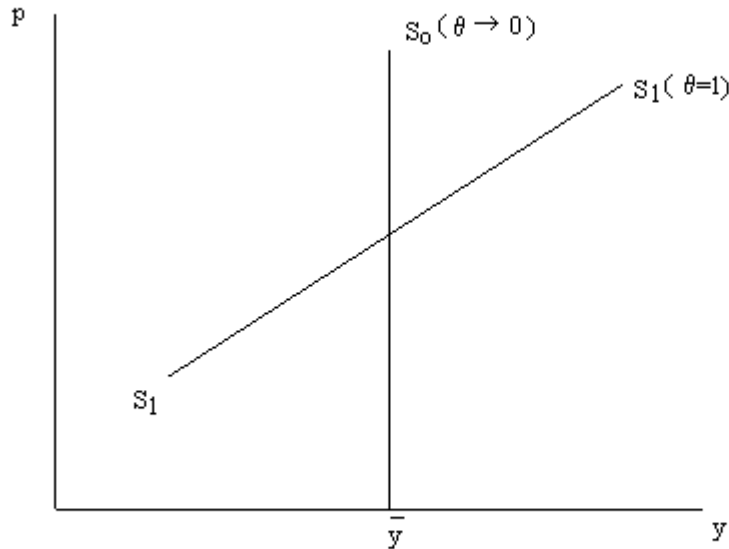


Figura 22. A Curva de Oferta de Lucas e a Variância Relativa

Agregando-se para a economia como um todo,  $y_t = \sum_{i=1}^N y_{it} / N$ , chega-se à curva de oferta de Lucas:

$$y_t = \bar{y}_t + \gamma \theta (p_t - p_t^e)$$

A inclinação dessa curva depende dos parâmetros  $\gamma$  e  $\theta$ . Quando a variância do nível geral de preços comparada com a variância dos preços relativos for grande,  $\sigma^2 / \tau^2 \rightarrow \infty$ , o parâmetro  $\theta$  tende para zero e a curva de oferta é vertical no plano (p,y), como indicado na Figura 22. Observe-se que esta hipótese implica que a curva de Phillips do modelo de Lucas pode ser vertical mesmo no curto prazo.

Quando a variância do nível geral de preços comparada com a variância dos preços relativos for pequena,  $\sigma^2 / \tau^2 \rightarrow 0$ , o coeficiente  $\theta$  será igual a um ( $\theta=1$ ). e a curva de oferta será dada pela reta  $S_I S_I$ .

### A Crítica de Lucas aos Modelos Econométricos Tradicionais

Lucas em um trabalho clássico criticou o uso de modelos econométricos tradicionais na avaliação de resultados de políticas econômicas alternativas. Esta crítica baseia-se no fato de que, em geral, quando a política econômica muda, os parâmetros das equações do modelo também mudam. Logo, admitir-se que os parâmetros do modelo são

invariáveis as políticas econômicas alternativas conduzem a previsões erradas. Lucas ilustrou esta proposição com vários exemplos, inclusive dois com a sua curva de oferta. Nesses dois exemplos, que estão reproduzidos a seguir, supõe-se que o nível de preços, ou a taxa de inflação é uma variável de política econômica.

### Exemplo 1

Admita-se que o nível geral de preços segue um processo estocástico do tipo passeio aleatório com tendência (random walk with drift).

$$p_t = p_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde  $\varepsilon_t$  tem distribuição normal com média  $\pi$  e variância  $\sigma^2$  :  $\varepsilon_t \sim N(\pi, \sigma^2)$ . A esperança matemática de  $p_t$ , condicionada pela informação existente no período t-1. é igual a :

$$p_t^e = E(p_t / I_{t-1}) = p_{t-1} + \pi$$

Substituindo-se este valor na curva de oferta obtém-se a seguinte equação:

$$y_t = \bar{y}_t + \gamma\theta(p_t - p_{t-1}) - \gamma\theta\pi$$

Num período em que  $\pi$  e  $\sigma^2$  forem constantes (não houver mudanças de política econômica), esta equação estaria indicando uma relação de trocas entre o produto real e a inflação, que na verdade não existe. É fácil verificar-se que se a taxa de inflação média  $\pi$ , passar de um patamar para outro não haverá ganhos permanentes em termos de produto.

### Exemplo 2

Suponha-se que a taxa de inflação segue um processo anteregressivo de primeira ordem:

$$\pi_t = \rho \pi_{t-1} + \varepsilon_t \quad , \quad |\rho| < 1$$

com  $\varepsilon_t$  distribuído normalmente com média  $\pi$  e variância  $\sigma^2$ . Este processo pode ser escrito também como:

$$p_t = (1 + \rho) p_{t-1} - \rho p_{t-2} + \varepsilon_t$$

A esperança matemática de  $p_t$ , condicionada pela informação  $I_{t-1}$ , é igual a :

$$p_t^e = E(p_t / I_{t-1}) = (1 + \rho)p_{t-1} - \rho p_{t-2} + \pi$$

Substituindo-se este resultado na curva de oferta obtém-se:

$$y_t = \bar{y}_t + \gamma\theta\pi_t - \gamma\theta\rho\pi_{t-1} - \gamma\theta\pi$$

Esta curva de oferta sugeriria, também, a existência, no longo prazo, de uma relação de trocas entre produto real e inflação, pois a soma dos coeficientes de  $\pi_t$  e  $\pi_{t-1}$  é

igual a  $\gamma\theta(1-\rho)$ , que é diferente de zero. Entretanto, tal relação de trocas não existe, pois uma vez que se mude a taxa média de inflação  $\pi$  os agentes econômicos não terão nenhum incentivo para alterarem seus planos de produção.

## 7. A Taxa de Juros e a Oferta Agregada

Uma das causas freqüentemente apontadas pelos empresários no Brasil, e em vários países da América Latina, para o crescimento dos preços é o aumento da taxa de juros. Os modelos normalmente apresentados nos livros textos são incapazes de explicarem este fenômeno, pois a taxa de juros não aparece como argumento na função de oferta agregada da economia.

Esta seção introduz a taxa de juros na função de oferta agregada a partir de um modelo bastante simples que leva em conta o fato estilizado de que o desconto de duplicatas no sistema bancário constitui-se numa fonte importante de capital de giro, para as empresas pagarem seus fornecedores e a mão-de-obra empregada na produção.

Admita-se que uma empresa competitiva vende sua produção a prazo. O preço de venda à vista seria igual a  $P_t$ . O preço a prazo embute a taxa de inflação esperada  $\pi_{t+1}^e$  para o período  $t+1$ , quando o comprador efetuará o pagamento. A taxa de juros nominal que os bancos descontam às duplicatas é igual a  $r_t$ . O salário nominal é igual a  $W_t$ . O lucro da empresa será, portanto, igual a :

$$L_t = \frac{p_t (1 + \pi_{t+1}^e) y_t}{1 + r_t} - W_t N_t$$

onde  $y_t$  é o nível de produção e  $N_t$  o volume de mão-de-obra empregada, relacionados através da função de produção  $y_t = f(N_t)$ .

A condição de primeira ordem para a maximização do lucro é facilmente obtida derivando-se  $L_t$  com respeito a  $N_t$ , igualando-se o resultado a zero:

$$\frac{p_t (1 + \pi_{t+1}^e)}{1 + r_t} \frac{\partial y_t}{\partial N_t} = W_t$$

Esta equação pode ser escrita, também, do seguinte modo:

$$\frac{\partial y_t}{\partial N_t} = \frac{W_t (1 + r_t)}{p_t (1 + \pi_{t+1}^e)} = \frac{W_t}{p_t} (1 + \rho_t^*)$$

onde  $\rho_t^*$  é a taxa de juros real :  $(1 + r_t) = (1 + \pi_{t+1}^e) (1 + \rho_t^*)$ .

A produtividade marginal da mão-de-obra é igual ao salário real vezes um mais a taxa de juros real. Quando a taxa de juros real aumenta, a mão-de-obra fica mais cara, e o volume de emprego diminui, pois a produtividade marginal do trabalho decresce com o aumento do emprego. A equação de demanda de mão-de-obra pode ser escrita, de maneira genérica, como função do salário real e da taxa de juros real. Em símbolos:

$$N^d = N\left(\frac{W}{P}, \rho^*\right)$$

### Exemplo

Admita-se que a função de produção da economia é dada por:

$$y = a + n$$

onde  $y$  e  $n$  representam, como anteriormente, os logaritmos dos níveis de produção e de emprego, e  $a$  e  $b$  são parâmetros.

A maximização do lucro implica em que a produtividade marginal da mão-de-obra deve ser igual ao salário real mais a taxa de juros real, ou seja:

$$-p + = b - (1 - \beta) n$$

onde  $= \log(1 + \rho)$  e  $b = a + \log$ . Substituindo-se esta expressão na função de produção obtém-se:

$$y = \frac{(1-\beta)a + \beta b}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta} (p - \omega) - \frac{\beta}{1-\beta} \rho$$

ou:

$$p = \omega + \rho + \frac{1-\beta}{\beta} y - \frac{(1-\beta)a + \beta b}{1-\beta}$$

Esta equação mostra que, mantendo-se constantes o salário nominal e o nível de produção, o nível de preços aumenta quando a taxa de juros real sobe.

Este modelo de oferta agregada para ficar completo requer que se especifique como os salários nominais são determinados. A seguir, analisaremos o modelo diante de duas hipóteses: a neoclássica e a de Gray-Fischer.

### A Hipótese Neoclássica

Na hipótese neoclássica o mercado de trabalho está sempre em equilíbrio. As equações de demanda de mão-de-obra, de oferta de mão-de-obra e de equilíbrio são dadas, respectivamente, por:

$$-p + = b - (1 - \beta) d$$

$$-p = c + S$$

$$d = S =$$

O nível de emprego é, então, dado por:

$$\eta = \frac{b - c - \rho}{\delta + 1 - \beta}$$

Substituindo-se este valor na função de produção obtém-se o produto de pleno emprego:

$$\bar{y} = \frac{a(\delta + 1 - \beta) + \beta(b - c)}{\delta + 1 - \beta} - \frac{\rho}{\delta + 1 - \beta}$$

Observe-se que o produto de pleno emprego e a taxa de juros real estão negativamente correlacionados: quando a taxa de juros real aumenta, o nível de pleno emprego diminui. A Figura 23 mostra duas curvas de oferta agregada desenhadas para duas taxas de juros reais. A curva  $S_0$  corresponde à taxa de juros real  $\rho_0$ , e a curva  $S_1$  corresponde à taxa de juros real  $\rho_1 > \rho_0$ .

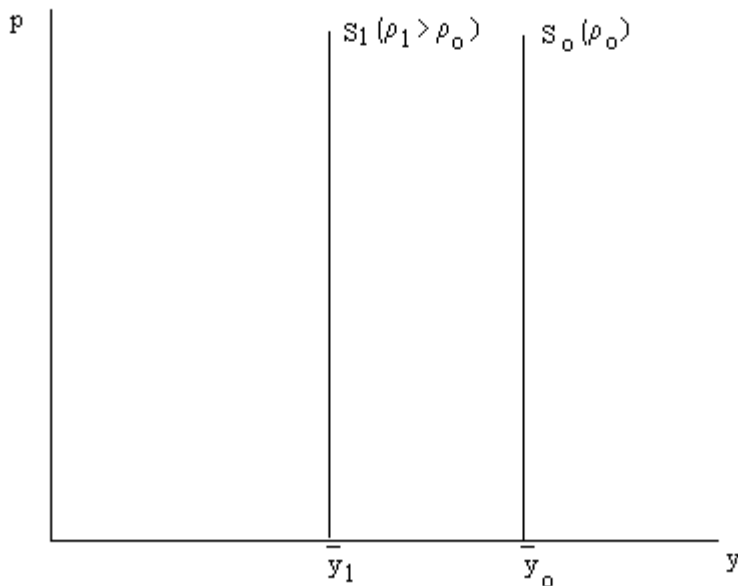


Figura 23. Curva de Oferta Agregada

### A Hipótese de Gray-Fischer

A hipótese de Gray-Fischer sobre o comportamento do mercado de trabalho é que o salário é determinado pelo equilíbrio ex-ante deste mercado, ou seja:

$$\bar{w} - p^e = b - (1 - \beta) \eta - \rho^e$$

$$\bar{w} - p^e = c + \delta n$$

onde  $\rho^e$  é a taxa de juros real esperada, pois no momento em que os contratos de trabalho são celebrados, a taxa de inflação não é conhecida. Do sistema acima resulta que:

$$\bar{\omega} = p^e + \frac{\delta b + (1-\beta)c}{\delta + 1 - \beta} - \frac{\delta}{\delta + 1 - \beta} \rho^e$$

Substituindo-se este valor de  $\bar{\omega}$  na equação de  $y$  que se obtém combinando-se a função de produção e a equação de demanda de mão-de-obra, chega-se à seguinte equação de oferta agregada:

$$y = \bar{y} + \frac{\beta}{1-\beta} (p - p^e) - \frac{\beta}{1-\beta} (\rho - \rho^e)$$

onde:

$$\bar{y} = \frac{a(\delta + 1 - \beta) + \beta(b - c)}{\delta + 1 - \beta} - \frac{\beta}{\delta + 1 - \beta} \rho^e$$

Observe-se que neste modelo não é a taxa de juros real que entra como argumento na equação de oferta agregada, mas sim a diferença entre ela e a taxa de juros real que era antecipada no momento da fixação dos salários nominais.

# CAPÍTULO 4

## DINÂMICA E EQUILÍBRIO MACROECONÔMICO

Este capítulo tem como objetivo estudar a dinâmica e o equilíbrio macroeconômico tanto no curto como no longo prazo.

O longo prazo será entendido aqui como aquele período no qual os valores antecipados pelos agentes econômicos são iguais aos valores realizados, não havendo ganhos ou incentivos para que eles revejam suas decisões.

No curto prazo, os agentes econômicos podem cometer erros de previsão que levam a economia a operar com desemprego e capacidade ociosa, ou com excesso de utilização dos equipamentos e da mão-de-obra. Esta situação da economia certamente levará à revisão de decisões por parte dos empresários, consumidores e trabalhadores, através de um processo de ajustamento, cuja dinâmica depende fundamentalmente do processo de formação de expectativas e da estrutura da economia.

A primeira seção deste capítulo procura mostrar o papel das expectativas no equilíbrio macroeconômico. Em seguida, serão apresentados dois tipos de modelos, com processos de formação de expectativas adaptativa e racional, que conduzem a diversas trajetórias na dinâmica de ajustamento, quando as variáveis exógenas do modelo mudam. Em cada um desses modelos será analisado como a economia reage a mudanças nas políticas monetária e fiscal, e aos choques de oferta.

### 1. Equilíbrio Macroeconômico e o Papel das Expectativas

O nível de preços e a renda real são determinados, simultaneamente, pela interseção das curvas de demanda e oferta agregadas. No modelo neoclássico, Figura 1a, a curva de oferta agregada é vertical. Os níveis de emprego e de produto são determinados no mercado de mão-de-obra. As políticas monetária e fiscal, através da curva de demanda agregada determinam apenas o nível de preços da economia.

No modelo keynesiano com mercados competitivos, Figura 1b, o nível de preços e de renda são determinados simultaneamente pelas curvas de demanda e oferta agregadas. Deslocamentos da curva de demanda agregada para cima e para a direita, através do manejo dos instrumentos das políticas monetária e fiscal, aumentam os níveis de renda real e de preços de economia. Quando o produto atingir o nível de pleno emprego, voltamos ao mundo neoclássico onde as políticas monetária e fiscal afetam apenas o nível de preços da economia.

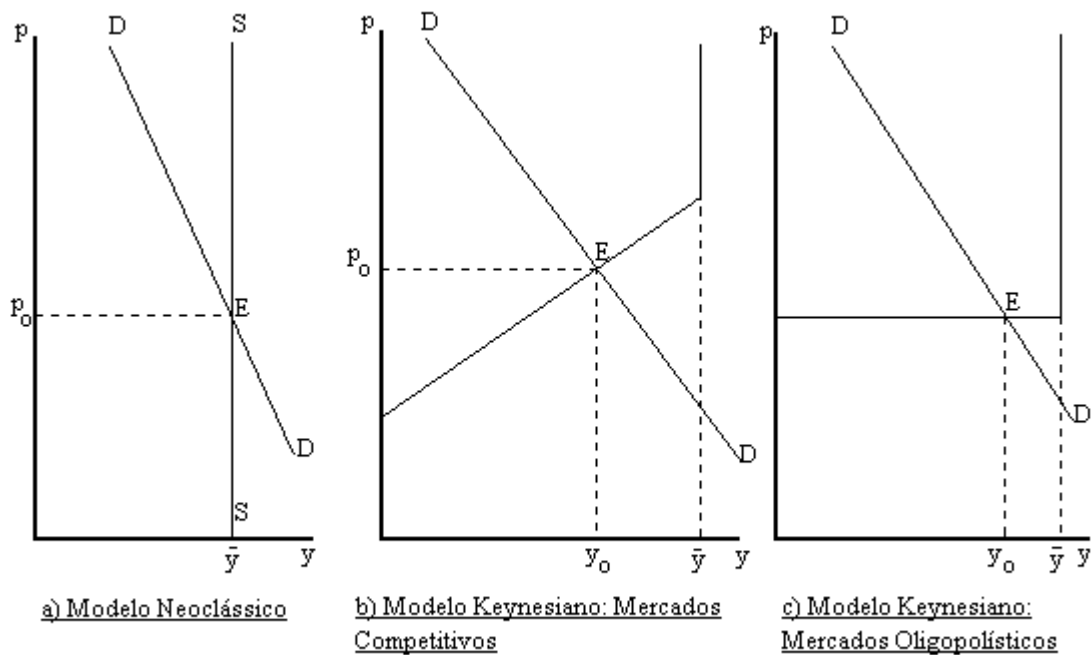


Figura 1. Equilíbrio de Curto Prazo: Demanda e Oferta Agregadas

No modelo keynesiano com mercados oligopolísticos, Figura 1c, a curva de oferta agregada é horizontal até o nível de pleno emprego, quando ela se torna vertical. Deslocamentos da curva de demanda agregada para cima e para a direita afetam apenas o nível de renda real da economia. A partir do produto potencial ( $\bar{y}$ ) as políticas monetária e fiscal atuam somente sobre o nível de preços.

Os modelos apresentados na Figura 1, de acordo com a teoria da oferta agregada desenvolvida a partir da segunda metade da década dos 60, deixam de fora um ingrediente importante na determinação simultânea dos níveis de preços e de renda real: o nível de preços esperado. Na Figura 2 a curva de oferta agregada foi traçada para um dado valor do nível de preços esperado ( $p^e$ ). A curva DD é a curva de demanda agregada.

A Figura 2 mostra uma situação em que o equilíbrio coincide com o nível de pleno emprego da economia. A curva da demanda agregada DD corta a curva de oferta agregada  $S(p^e)$  no ponto E. O nível de preços de equilíbrio é igual ao antecipado, e a economia encontra-se, então, com seus recursos produtivos plenamente empregados. Observe-se que esta situação de equilíbrio de curto prazo constitui-se, também, numa posição de equilíbrio de longo prazo no sentido de que os valores esperados são iguais aos valores observados.

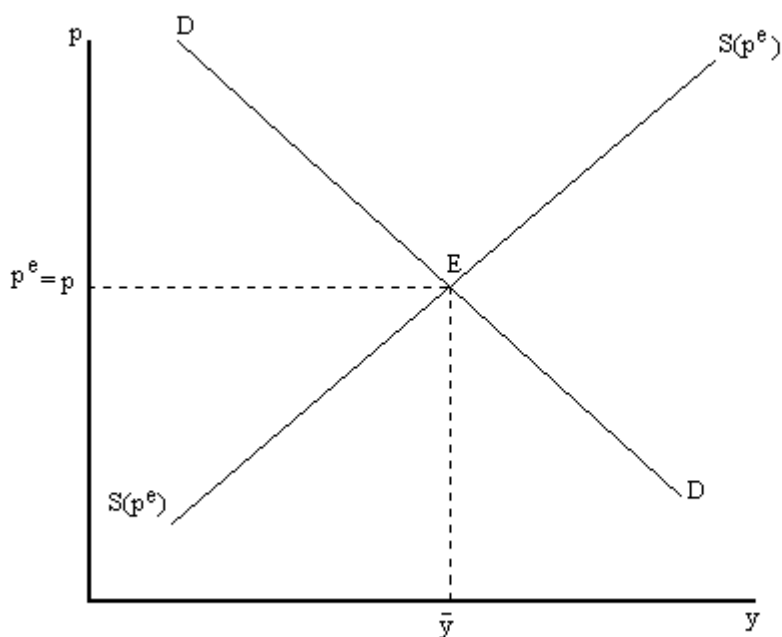


Figura 2. Economia em Pleno Emprego

A Figura 3 ilustra a situação em que a economia está superaquecida, com o nível de produção superior ao nível de pleno emprego ( $y_o > \bar{y}$ ). No ponto de equilíbrio E, o nível de preços é maior do que aquele que era previamente antecipado ( $p_o > p^e$ ). Esta situação não é uma posição de equilíbrio de longo prazo, pois o nível de produção  $y_o$  não é sustentável e os indivíduos erraram nas suas previsões. A pergunta que surge naturalmente é de como a economia vai se comportar diante de tal situação. A resposta depende de como os agentes econômicos formam suas expectativas, seja extrapolando para o futuro o passado recente, ou então, levando em conta todas as informações disponíveis no momento em que as expectativas são formadas. Mais adiante, voltaremos a este tópico.

A Figura 4 descreve a situação de uma economia com desemprego. No ponto de equilíbrio de curto prazo (ponto E), o nível de preços está abaixo daquele que era esperado ( $p_o < p^e$ ) e o nível de renda real é inferior ao produto de pleno emprego ( $y_o < \bar{y}$ ). Novamente, esta situação não é uma posição de equilíbrio de longo prazo, pois existe desemprego e erro de previsão dos agentes econômicos. Para tratar este assunto é preciso introduzir no modelo hipóteses de como as expectativas se formam. As próximas seções tratarão deste assunto.

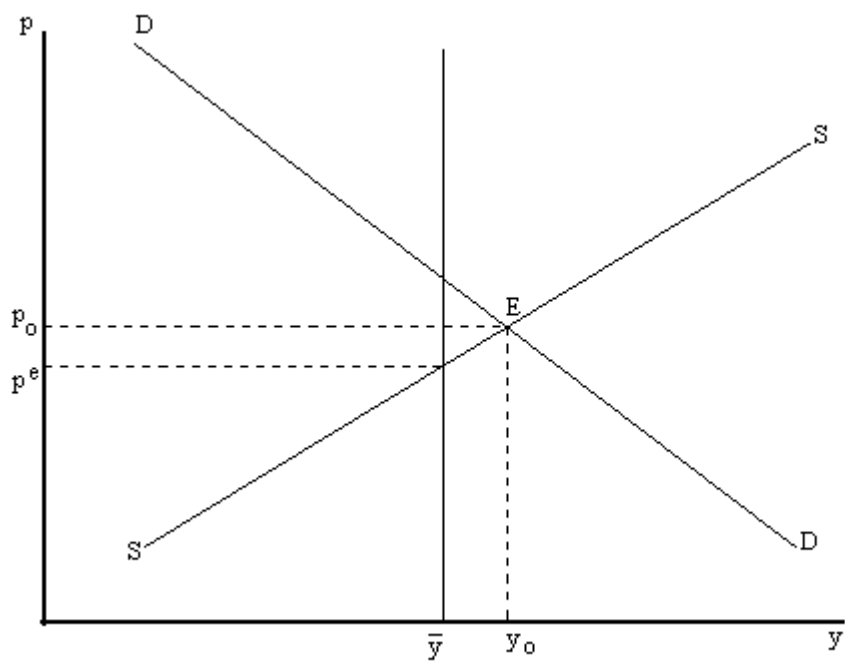


Figura 3. Economia Super-aquecida

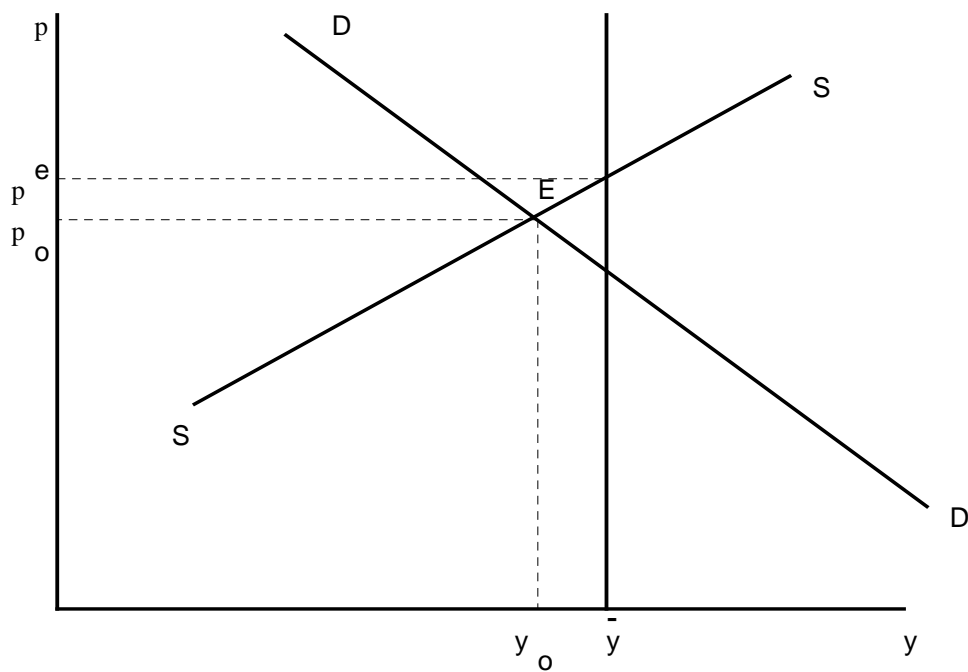


Figura 4. Economia com Desemprego

## 2. Dinâmica e Equilíbrio Macroeconômico com Expectativas Adaptativas

O mecanismo de expectativa adaptativa supõe que a previsão de uma variável, por exemplo a taxa de inflação, é igual a previsão feita no período anterior corrigida por uma fração de erro cometido nessa previsão. Quando as variáveis são do tipo discretas, o mecanismo de expectativas adaptativas é dado pela seguinte expressão:

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}^e + (1-\lambda)(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e), 0 \leq \lambda < 1$$

onde  $\lambda$  é um parâmetro compreendido entre zero e um. Por simples manipulação algébrica este mecanismo pode ser escrito como:

$$\pi_t^e = \lambda \pi_{t-1}^e + (1-\lambda) \pi_{t-1}$$

onde, de acordo com esta interpretação, a previsão para o próximo período é igual à média ponderada da previsão do período anterior e do valor efetivamente observado da variável no último período.

Usando-se o operador de defasagem  $L(L Z_t = Z_{t-1})$  o mecanismo também pode ser escrito como:

$$\pi_t^e = \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} \pi_{t-1}$$

Levando-se em conta a propriedade da soma dos termos de uma progressão geométrica, tem-se que:

$$\frac{1}{1-\lambda L} = 1 + \lambda L + \lambda^2 L^2 + \dots$$

Com este resultado, a expressão anterior do mecanismo de expectativa adaptativa transforma-se em:

$$\pi_t^e = (1-\lambda) \pi_{t-1} + \lambda(1-\lambda) \pi_{t-2} + \lambda^2(1-\lambda) \pi_{t-3} + \dots$$

mostrando um outro ângulo de se olhar este mecanismo: a previsão para o próximo período é igual a uma média ponderada dos valores passados, com pesos declinando geometricamente. Quanto mais próximo de zero for  $\lambda$ , mais importante o passado recente para se prever o futuro. Em notação mais compacta:

$$\pi_t^e = \sum_{i=-\infty}^{i=t} \omega_{t-i} \pi_{i-1}$$

sendo os pesos  $\omega_{t-i}$  dados por::

$$\omega_{t-i} = (1-\lambda) \lambda^{t-i}$$

cuja soma é igual a 1,

$$\sum_{i=-\infty}^{i=t} \omega_{t-i} = \sum_{i=-\infty}^{i=t} (1-\lambda) \lambda^{t-i} = 1$$

Quando as variáveis são do tipo contínuas, o mecanismo de expectativa adaptativa é definido por:

$$\pi^e(t) = \int_{-\infty}^t \omega(t-\tau) \pi(\tau) d\tau$$

com os pesos  $\omega(t-\tau)$  decaindo exponencialmente:

$$\omega(t-\tau) = \theta e^{-\theta(t-\tau)}, \quad \theta > 0$$

É fácil verificar-se que a soma destes pesos é igual a 1, pois:

$$\int_{-\infty}^t \theta e^{-\theta(t-\tau)} d\tau = 1$$

Derivando-se  $\pi^e(t)$  com relação ao tempo, obtém-se:

$$\frac{d\pi^e(t)}{dt} = -\theta e^{-\theta t} \int_{-\infty}^t \theta e^{\theta\tau} \pi(\tau) d\tau + \theta e^{-\theta t} e^{\theta t} \pi(t)$$

ou, ainda:

$$\dot{\pi}^e = \frac{d\pi^e}{dt} = \theta(\pi - \pi^e), \quad \theta > 0$$

Esta expressão mostra, para variáveis contínuas, o fato já mencionado anteriormente de que a previsão do próximo período é corrigida em função do erro cometido no passado.

### Especificação e Análise de Estabilidade do Modelo

Admita-se que o modelo que descreve a economia seja formado pelas três equações:

$$\begin{cases} y = k + \alpha(m-p) + \beta \pi^e + \gamma f \\ \pi = \pi^e + \delta(y - \bar{y}) \\ \dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e) \end{cases}$$

A primeira equação é a equação de demanda agregada: o produto real ( $y$ ) depende da liquidez real ( $m-p$ ), da taxa de inflação esperada ( $\pi^e$ ) e da política fiscal, aqui representada pela letra  $f$ . Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são positivos. Quando  $f$  representar gastos do governo  $\gamma$  será positivo, e quando  $f$  representar impostos  $\gamma$  será negativo.

A segunda equação do modelo é a curva de Phillips: a taxa de inflação ( $\pi$ ) depende da taxa esperada ( $\pi^e$ ) e do hiato do produto ( $y - \bar{y}$ ). A letra  $\bar{y}$  representa o produto potencial da economia, e  $\delta$  é um parâmetro positivo.

A terceira equação é o mecanismo de expectativa adaptativa de formação de previsão, para variáveis contínuas, pois estamos supondo que todas as variáveis do modelo são contínuas.

Para resolver o modelo, começamos por combinar a segunda e a terceira equação, obtendo-se:

$$\dot{\pi}^e = D \pi^e = \theta \delta (y - \bar{y})$$

ou:

$$\pi^e = \frac{\theta \delta (y - \bar{y})}{D}$$

onde  $D$  é o operador definido por :  $Dx = \dot{x} = dx / dt$ .

Substituindo-se esta expressão de  $\pi^e$  nas equações de demanda e oferta agregadas, tem-se:

$$\begin{cases} y = k + \alpha(m - p) + \frac{\beta\theta\delta(y - \bar{y})}{D} + \gamma f \\ \pi = \frac{\theta\delta(y - \bar{y})}{D} + \delta(y - \bar{y}) \end{cases}$$

Multiplicando-se ambos os lados dessas equações por  $D$ , admitindo-se que  $k$ ,  $\bar{y}$  e  $f$  são constantes ( $Dk = D\bar{y} = Df = 0$ ), obtém-se:

$$\begin{cases} Dy = \alpha(\mu - \pi) + \beta\theta\delta(y - \bar{y}) \\ D\pi = \theta\delta(y - \bar{y}) + \delta Dy \end{cases} \quad (1)$$

onde  $\mu = Dm$  e, por definição,  $\pi = Dp$ . Este sistema de duas equações pode ser escrito em notação matricial. Isto é:

$$\begin{bmatrix} D - \beta\theta\delta & \alpha \\ -(\delta D + \theta\delta) & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha\mu - \beta\theta\delta\bar{y} \\ -\theta\delta\bar{y} \end{bmatrix}$$

A solução deste sistema é dado por:

$$\begin{bmatrix} y \\ \pi \end{bmatrix} = \frac{1}{\varphi(D)} \begin{bmatrix} D & -\alpha \\ \delta D + \theta \delta & D - \beta \theta \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \mu - \beta \theta \delta \bar{y} \\ -\theta \delta \bar{y} \end{bmatrix}$$

onde  $\varphi(D)$  é o seguinte polinômio em D:

$$\varphi(D) = D^2 + \delta(\alpha - \beta\theta)D + \alpha\theta\delta$$

Logo, tem-se que:

$$\begin{cases} \varphi(D) y = \alpha \theta \delta \bar{y} \\ \varphi(D) \pi = \alpha \theta \delta \mu \end{cases}$$

admitindo-se que a taxa de crescimento da quantidade de moeda é constante ( $D=0$ ). Este sistema reduz-se, portanto, a duas equações diferenciais de segunda ordem nas variáveis  $y$  e  $\pi$ :

$$\begin{cases} \ddot{y} + \delta(\alpha - \beta\theta)\dot{y} + \alpha\theta\delta y = \alpha\theta\delta\bar{y} \\ \ddot{\pi} + \delta(\alpha - \beta\theta)\dot{\pi} + \alpha\theta\delta\pi = \alpha\theta\delta\mu \end{cases}$$

Em equilíbrio o produto real será igual ao produto potencial, e a taxa de inflação é igual à taxa de crescimento da quantidade de moeda:

$$y = \bar{y} \quad e \quad \pi = \mu$$

A condição necessária e suficiente para que o modelo seja estável é de que os coeficientes de  $\bar{y}$  e de  $y$  sejam positivos. Portanto, a estabilidade do modelo requer que a seguinte desigualdade seja satisfeita:

$$\alpha > \beta\theta$$

### Análise do Modelo no Plano $\pi$ - $y$

O modelo que estamos descrevendo nesta seção pode ser analisado com auxílio de um diagrama de fases no plano  $\pi$ - $y$ . Para esta finalidade escrevemos o sistema de equações (1) do seguinte modo:

$$\begin{cases} \dot{y} = \alpha(\mu - \pi) + \beta\theta\delta(y - \bar{y}) \\ \dot{\pi} = \delta\alpha(\mu - \pi) + \theta\delta(1 + \beta\delta)(y - \bar{y}) \end{cases}$$

Na Figura 5, as combinações de  $\pi$  e  $y$  para os quais o produto real se mantém constante estão representadas pela reta  $\dot{y} = 0$ . Nos pontos abaixo desta reta o produto real aumenta, e para os pontos acima da reta, o produto real diminui, como indicam as setas.

A Figura 6 descreve a dinâmica da taxa de inflação. As combinações do produto real e da taxa de inflação para os quais a taxa de inflação é constante estão representadas na reta  $\dot{\pi} = 0$ . Esta reta tem uma inclinação maior do que a reta  $\dot{y} = 0$ . Nos pontos abaixo da reta  $\dot{\pi} = 0$ , a inflação aumenta; nos pontos acima da reta a inflação diminui. As setas na Figura 7, indicam, em ambos os casos, o que acontece com a taxa de inflação.

A Figura 7 descreve a dinâmica do produto real e da taxa de inflação quando a economia não está em equilíbrio de longo prazo. Esta figura é o resultado da superposição das Figuras 5 e 6. As setas indicam os movimentos possíveis de duas variáveis,  $\pi$  e  $y$ , do modelo. Por exemplo, nos pontos que estão simultaneamente abaixo das retas  $\dot{\pi} = 0$  e  $\dot{y} = 0$ , a trajetória de  $\pi$  e  $y$  se dará no sentido nordeste.

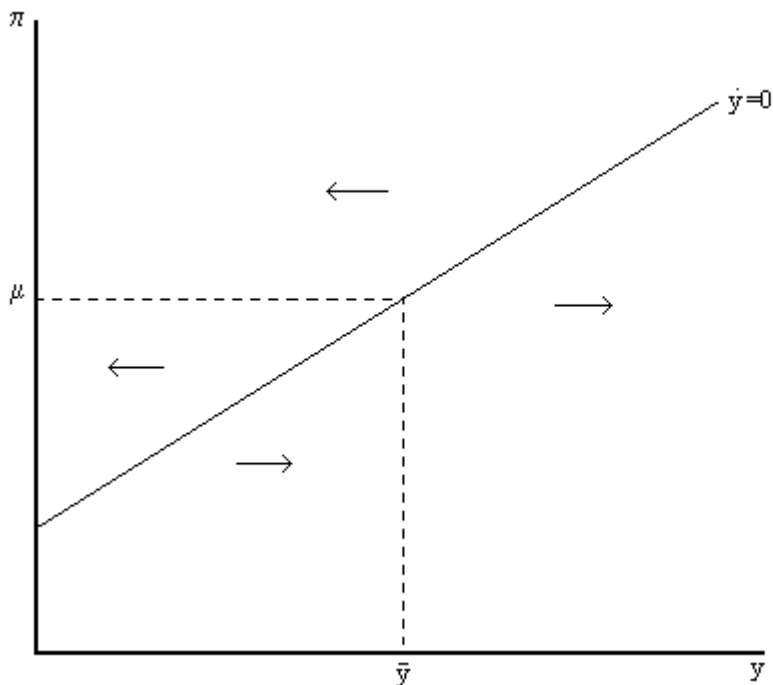


Figura 5. A Dinâmica do Produto Real

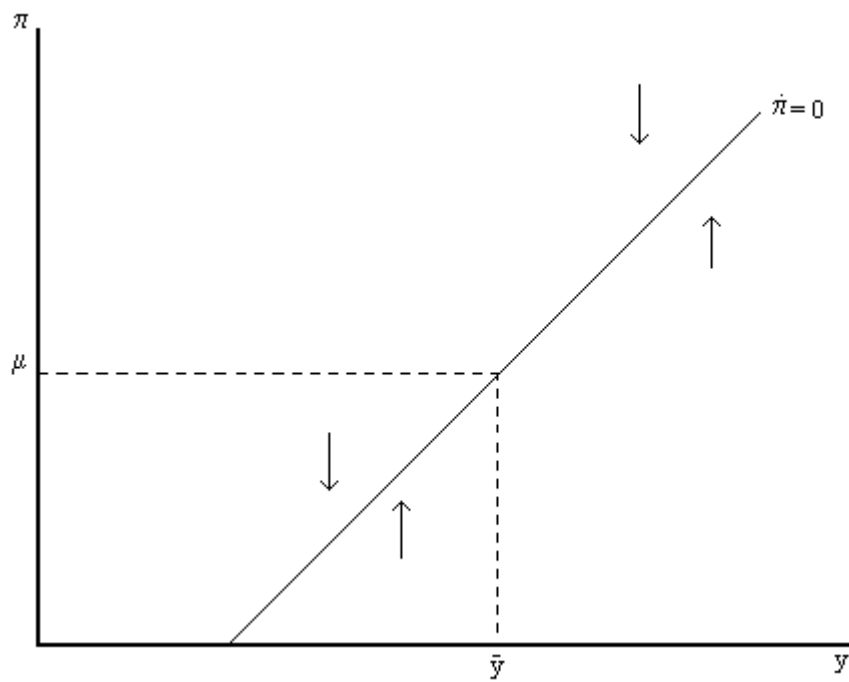


Figura 6. A Dinâmica da Taxa de Inflação

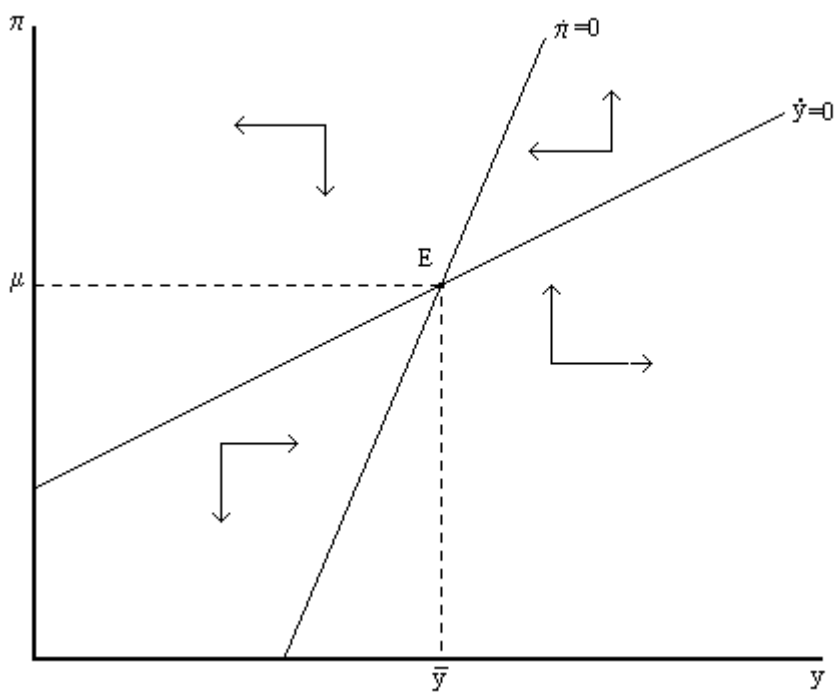


Figura 7. A Dinâmica do Produto Real e da Taxa de Inflação

Quando o modelo for estável ( $\alpha > \beta\theta$ ), a economia converge para o ponto de equilíbrio E, onde  $\pi = \mu$  e  $y = \bar{y}$ . Admitiremos nos dois exercícios que se seguem que o modelo é estável.

### Mudança na Política Monetária

Imagine-se que até o período  $t_0$  a taxa de expansão monetária era igual a  $\mu_0$ . Neste momento o Banco Central muda a política monetária, e passa a expandir os meios de pagamentos a uma taxa igual a  $\mu_1$ , como indicado na Figura 8. Suponha-se ainda que inicialmente a economia encontrava-se em equilíbrio de longo prazo, com o produto igual ao produto potencial, e a taxa de inflação igual a taxa de crescimento da oferta monetária ( $\pi = \mu_0$ ), como no ponto  $E_0$  da Figura 9.

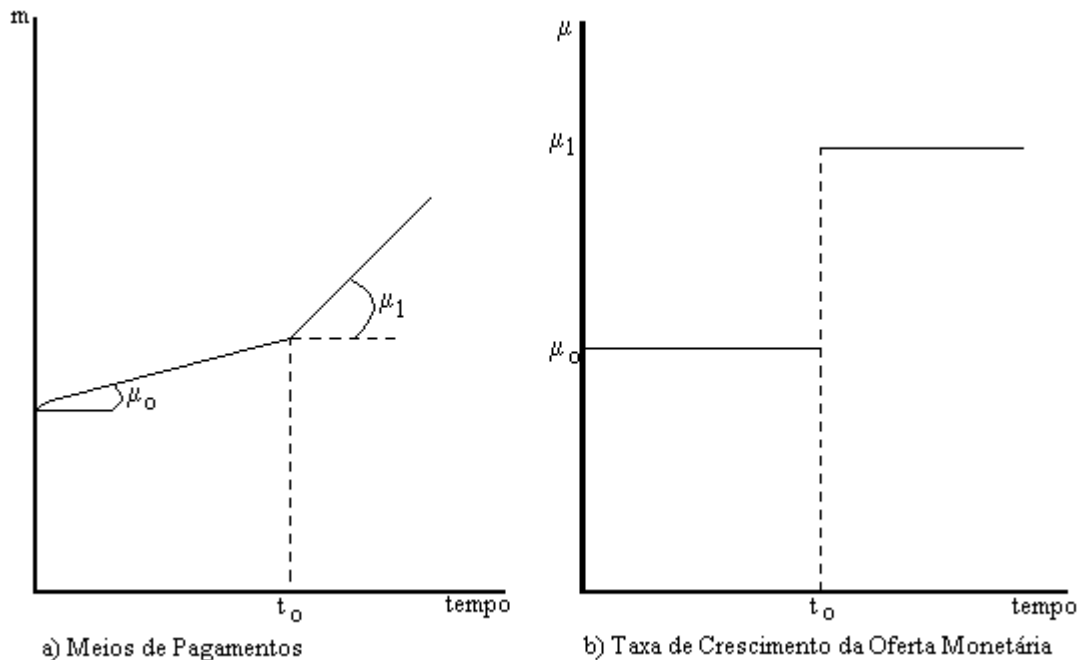


Figura 8. Mudança na Política Monetária

Quando a política monetária muda, as duas retas  $\dot{\pi} = 0$  e  $\dot{y} = 0$  deslocam-se de suas posições iniciais (não desenhadas na Figura 9) para as posições em que elas passam pelo novo ponto de equilíbrio de longo prazo ( $y = \bar{y}$  e  $\pi = \mu_1$ ). O ponto  $E_0$  encontra-se agora na região em que a trajetória da taxa de inflação e do produto real se dará no sentido nordeste. Inicialmente o produto real e a taxa de inflação aumentarão. Observe-se que a taxa de inflação começa a aumentar lentamente, depois ultrapassa o seu valor de equilíbrio de longo prazo (fenômeno conhecido na literatura em inglês pelo nome de overshooting), continuando a aumentar, até que atinge seu máximo, para em seguida começar a diminuir, em direção ao seu equilíbrio de longo prazo. A Figura 9 foi desenhada supondo-se que as raízes da equação diferencial de segunda ordem são números complexos conjugados, de sorte que a trajetória de ajustamento é cíclica.

O produto real da economia inicialmente, com o aumento do ritmo da expansão monetária, cresce. A partir de um certo ponto ele começa a declinar, e a economia passa a operar durante certo tempo com capacidade ociosa.. Eventualmente, através de um processo cíclico a economia volta ao nível de pleno emprego.

A Figura 10 descreve as trajetórias de ajustamento da taxa de inflação, do produto real e do nível de preços, e as seguintes propriedades deste modelo devem ser salientadas:

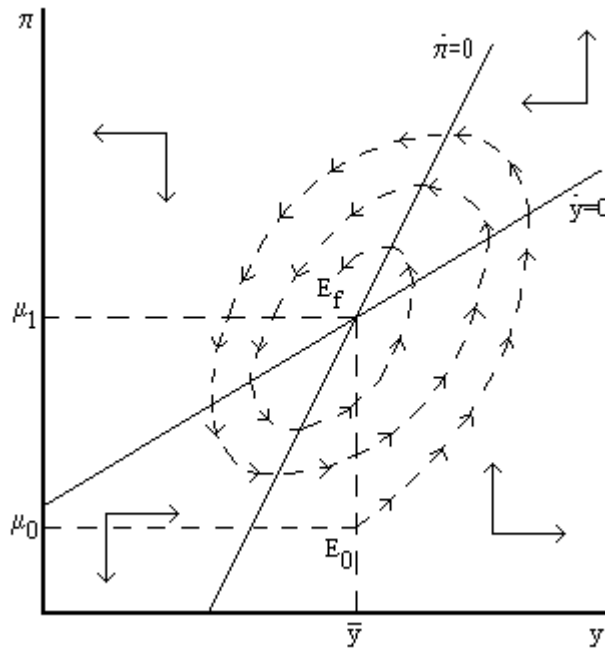


Figura 9. Dinâmica do Ajustamento : A Mudança na Política Monetária

- a) Não se deve esperar uma correlação forte entre a taxa de inflação e a taxa de expansão monetária no curto prazo, pois para uma taxa de crescimento mais elevada da base monetária, a taxa de inflação apresenta várias fases: na primeira ela está subindo, depois ela começa a diminuir, para em seguida entrar num período em que ela segue um padrão cíclico, até atingindo o novo equilíbrio de longo prazo.
- b) O patamar da inflação, ou seja, a taxa de inflação no longo prazo, calculada por uma média de taxas que cobrem uma fase cíclica da economia, é determinada pela taxa de crescimento dos meios de pagamentos.
- c) A consequência inicial de uma mudança na política monetária, através de uma elevação do ritmo de expansão da moeda, é o aquecimento da economia. Todavia, em períodos posteriores, esta mudança de política monetária irá acarretar fases de capacidade ociosa na economia. Portanto, não se pode afirmar com base na análise de fatos isolados, de períodos em que a economia apresenta capacidade ociosa, que a inflação não é de demanda. A dinâmica da economia pode confundir o observador menos sofisticado, que pretenda enxergar através da fotografia tirada num dado instante, ao invés de proceder uma análise cuidadosa do filme que conte toda a história do processo inflacionário.
- d) A mudança da política monetária fará com que a trajetória do nível de preços mude não somente de inclinação, como aconteceria se no longo prazo a reta tracejada da Figura 10 fosse o novo caminho do nível de preços, mas também de patamar. Com efeito, se

tal fato não acontecesse, a liquidez real da economia continuaria no mesmo nível da época que antecedeu a mudança da política monetária. Como a taxa de expansão monetária mais elevada, corresponde a uma taxa de juros nominal maior, a liquidez real da economia deve diminuir depois do período de ajustamento. Daí, a mudança no patamar do nível de preços.

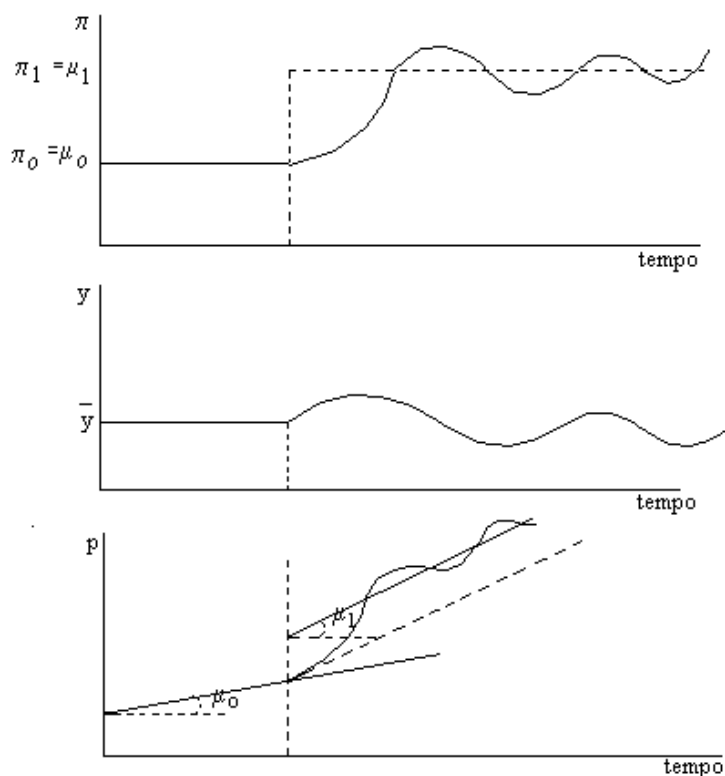


Figura 10. As Trajetórias de Ajustamento da Taxa de Inflação do Produto Real e do Nível de Preços: Mudanças da Política Monetária

### Mudança na Política Fiscal

Admita-se que a partir do período  $t_0$  o nível de gastos do governo, por unidade de tempo, aumenta de  $f_0$  para  $f_1$ , como indicado na Figura 11. Este aumento dos gastos do governo desloca a curva de demanda agregada, acarretando inicialmente um aumento no produto real e na taxa de inflação. Esta nova posição de equilíbrio de curto prazo não corresponde a um equilíbrio de longo prazo, pois a taxa de inflação esperada não coincide com a taxa de inflação efetivamente observada. A Figura 12 descreve a dinâmica de ajustamento do modelo. Admita-se que inicialmente a economia encontrava-se no ponto E, de equilíbrio de longo prazo. Como a taxa de expansão monetária não se alterou, a economia acabará por voltar ao ponto E.

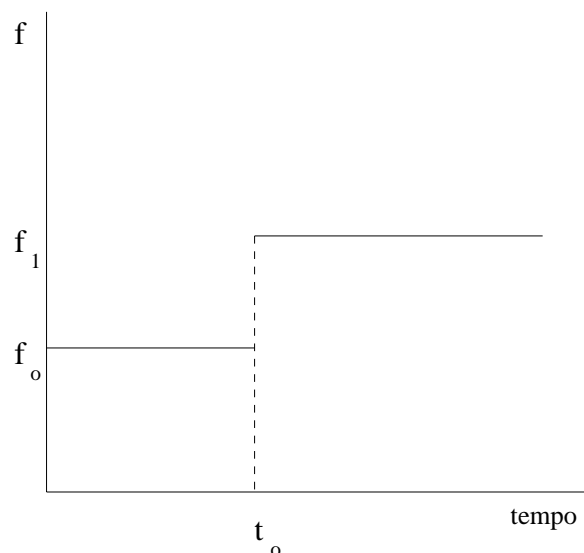


Figura 11. Mudança na Política Fiscal

O aumento dos gastos do governo no momento  $t_0$  colocará a economia, neste instante, no ponto A, onde o nível de renda real e a taxa de inflação cresceram. O nível de renda real continuará a crescer por algum tempo, e depois começará a decrescer, e através de um processo cíclico irá terminar no nível do produto potencial. A taxa de inflação, por sua vez, aumentará até um certo momento, e então através de uma trajetória oscilatória terminará por alcançar a taxa de longo prazo, igual à taxa de expansão monetária.

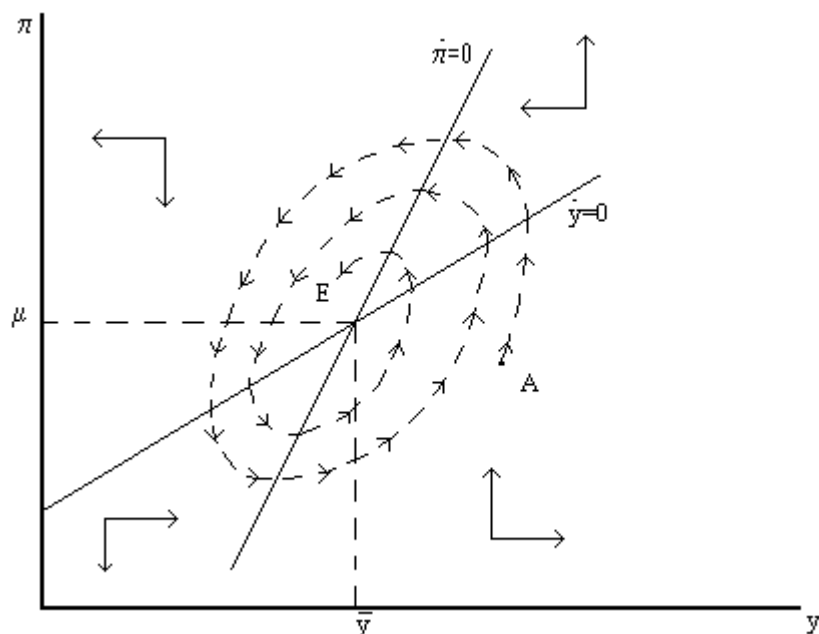


Figura 12. Dinâmica de Ajustamento a Mudanças na Política Fiscal

Algumas propriedades importantes deste modelo, quando ocorrem mudanças na política fiscal, devem ser salientadas. Entre elas cabe citar:

- a) A mudança na política fiscal afeta, no curto prazo, a taxa de inflação. No longo prazo, a taxa de inflação independe da política fiscal.
- b) O nível de preços depende da política fiscal. Com o aumento dos gastos do governo, a taxa de juros real da economia aumentará e, conseqüentemente, a taxa de juros nominal. O nível de liquidez real diminuirá, através da mudança do patamar da trajetória do nível de preços.
- c) O multiplicador dos gastos do governo no longo prazo é igual a zero, havendo crowding-out completo. No curto prazo ele é positivo, pois quando o dispêndio do governo aumenta, a renda real cresce. Depois de algum tempo este aumento dos gastos do governo provoca uma queda no produto real, e o surgimento de capacidade ociosa na economia. Logo, para alguns períodos, o multiplicador dos gastos do governo é negativo.

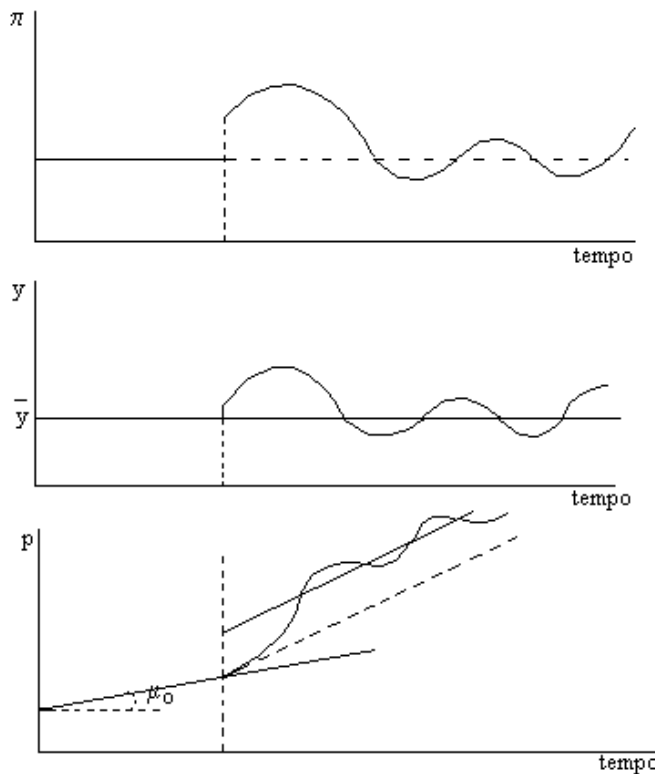


Figura 13. As Trajetórias de Ajustamento da Taxa de Inflação do Produto e do Nível de Preços: Mudança da Política Fiscal

### 3. Dinâmica e Equilíbrio Macroeconômico com Expectativas Racionais

Nesta seção consideraremos três modelos. No primeiro, os preços são flexíveis e os mercados se ajustam instantaneamente. No segundo modelo existe uma certa rigidez no sistema de preços. O terceiro modelo supõe que a informação dos agentes econômicos é assimétrica, no sentido de que o setor privado não tem acesso à informação que o governo possui. Em todos os modelos admitiremos que as expectativas são racionais.

#### 3.1. Preços Flexíveis

Considere-se o modelo formado pelas seis equações:

$$y_t = k + \alpha(m_t - p_t) + \beta({}_{t-1}p_{t+1}^e - p_t^e) + \gamma f_t + \varepsilon_t$$

$$y_t = \bar{y} + \delta(p_t - p_t^e) + u_t$$

$$f_t = f + n_t$$

$$m_t = m + v_t$$

$${}_{t-1}p_{t+1}^e = E(p_{t+1} / I_{t-1})$$

$$p_t^e = E(p_t / I_{t-1})$$

A primeira equação é a equação de demanda agregada. Seus argumentos são o nível de liquidez real da economia, a taxa de inflação esperada, e a variável de política fiscal, aqui representada pela letra  $f$ . A taxa de inflação esperada é aquela antecipada no período  $t-1$ , para o período  $t+1$ . A segunda equação é a curva de Phillips do modelo. A terceira e a quarta equações, são as equações das políticas monetária e fiscal. Admite-se, por simplicidade, que elas têm como objetivo atingirem, em média, os valores  $f$  e  $m$ . As duas últimas equações dizem respeito à formação de expectativas: os níveis de preços esperados para os períodos  $t+1$  e  $t$ , no período  $t-1$ , são as esperanças matemáticas dos respectivos níveis de preços, da distribuição condicionada pela informação disponível no período  $t-1$ .

As equações de demanda e oferta agregadas podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 1 & -\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ p_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k + \alpha m_t + \beta({}_{t-1}p_{t+1}^e - p_t^e) + \gamma f_t + \varepsilon_t \\ \bar{y} - \delta p_t^e + u_t \end{bmatrix}$$

que fornece as seguintes soluções para  $y_t$  e  $p_t$ :

$$y_t = \frac{\delta k + \alpha \bar{y}}{\alpha + \delta} + \frac{\delta \alpha}{\alpha + \delta} m_t + \frac{\delta \beta}{\alpha + \delta} ({}_{t-1}p_{t+1}^e - p_t^e) + \frac{\delta \gamma}{\alpha + \delta} + \frac{\delta \varepsilon_t + \alpha \mu_t}{\alpha + \delta} - \frac{\alpha \delta}{\alpha + \delta} p_t^e$$

$$p_t = \frac{k - \bar{y}}{\alpha + \delta} + \frac{\delta \alpha}{\alpha + \delta} m_t + \frac{\beta}{\alpha + \delta} ({}_{t-1}p_{t+1}^e - p_t^e) + \frac{\gamma}{\alpha + \delta} f_t + \frac{\delta}{\alpha + \delta} p_t^e + \frac{\varepsilon_t - u_t}{\alpha + \delta}$$

Tomando-se na equação anterior a esperança matemática de  $p_t$ , obtém-se:

$$p_t^e = \frac{k - \bar{y}}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha}{\alpha + \beta} m + \frac{\beta}{\alpha + \beta} ({}_{t-1}p_{t+1}^e - p_t^e) + \frac{\gamma}{\alpha + \beta} f + \frac{\delta}{\alpha + \beta} p_t^e$$

onde simplificamos a notação deixando de escrever o índice  $t-1$  ao lado da variável  ${}_{t-1}p_{t+1}^e$  ( ${}_{t-1}p_{t+1}^e = p_{t+1}^e$ ). Esta última expressão pode ser rescrita, depois de reagrupada, na seguinte forma:

$$p_{t+1}^e = \frac{\alpha + \beta}{\beta} p_t^e - \frac{k - \bar{y} + \alpha m + \gamma f}{\beta}$$

A solução desta equação de diferenças finitas de primeira ordem é dada por:

$$p_{t+1}^e = \left( m + \frac{\gamma}{\alpha} f + \frac{k - \bar{y}}{\alpha} \right) + \left( \frac{\beta + \alpha}{\beta} \right)^{t+1} \left( p_o^e - m - \frac{\gamma}{\alpha} f - \frac{k - \bar{y}}{\alpha} \right)$$

Como o modelo não diz qual o valor da previsão inicial  $p_o^e$  ele apresenta uma infinidade de soluções para o nível de preços esperado. Qualquer que seja o valor de  $p_o^e$ , ele gera uma trajetória dos níveis de preços esperados que é solução do modelo.

Outra propriedade deste modelo é que para um dado nível de preços esperado para o instante inicial, diferente de  $m + (\gamma / \alpha)f + (k - \bar{y}) / \alpha$ , o nível de preços esperado cresce indefinidamente, pois o coeficiente  $(\beta + \alpha) / \alpha$  é maior do que um. Logo, o modelo tem uma trajetória explosiva, caracterizando-se por uma bolha (bubble). Uma maneira de resolver este problema é impor uma condição adicional, admitindo-se que num determinado momento no futuro o nível de preços esperado permanece estável. Isto é:

$$p_{t+i}^e = p_{t+i+1}^e$$

É fácil verificar-se que esta condição implica numa solução única, que é a seguinte:

$$p_{t+1}^e = p_o^e = m + \frac{\gamma}{\alpha} f + \frac{k - \bar{y}}{\alpha}$$

Substituindo-se este valor nas equações de demanda e oferta agregadas, os níveis de preços e renda real serão dados por:

$$\begin{cases} p_t = m + \frac{\gamma}{\alpha} f + \frac{k - \bar{y}}{\alpha} + \frac{\alpha}{\alpha + \delta} v_t + \frac{\gamma}{\alpha + \delta} \eta_t + \frac{\varepsilon_t - u_t}{\alpha + \delta} \\ y_t = \bar{y} + \frac{\delta \alpha}{\alpha + \delta} v_t + \frac{\delta \gamma}{\alpha + \delta} \eta_t + \frac{\delta \varepsilon_t}{\alpha + \delta} + \frac{\alpha}{\alpha + \delta} \mu_t \end{cases}$$

Nestas equações estão contidas as principais conclusões do modelo que estamos analisando. Elas são as seguintes:

- As políticas monetária (m) e fiscal (f) que são antecipadas pelo público não afetam o nível de renda real da economia;
- As políticas monetária (m) e fiscal (f) que são antecipadas afetam apenas o nível de preços;
- As componentes não antecipadas das políticas monetária ( $v_t$ ) e fiscal ( $\eta_t$ ) afetam tanto a renda real como os preços;
- Os choques de oferta ( $u_t$ ) e de demanda ( $\varepsilon_t$ ) afetam os preços e o produto real da economia.

A Figura 14 ilustra o efeito de uma política monetária (ou fiscal) que é antecipada. Admita-se que a curva de demanda agregada desloca-se de  $D_o D_o$  para  $D_1 D_1$ , em virtude de um aumento antecipado da quantidade nominal de moeda. Os agentes econômicos deslocam a curva de oferta agregada de  $S_o S_o$  para  $S_1 S_1$ , pois antecipam que os preços irão

aumentar. O nível de renda real permanece inalterado em  $\bar{y}$ , e o nível de preços aumenta de  $p_0$  para  $p_1$ .

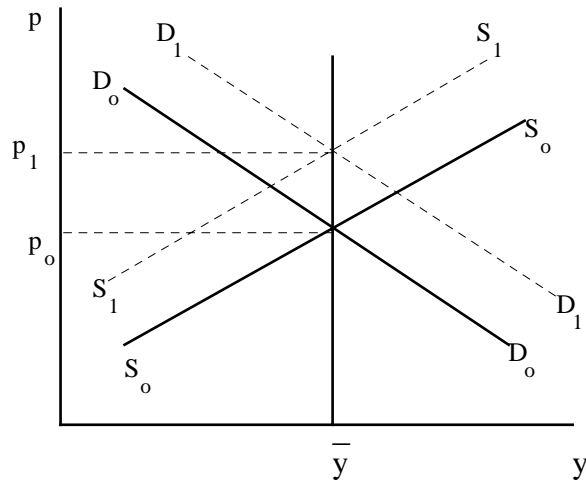


Figura 14. Efeito de Políticas Antecipadas

A Figura 15 ilustra o efeito de um choque de oferta. Suponha que a curva de oferta agregada desloca-se de  $S_0S_0$  para  $S_1S_1$ , em virtude da ocorrência de um fato não antecipado pelos agentes econômicos. Nestas circunstâncias, o nível de preços sobe de  $p_0$  para  $p_1$ , e a renda real cai de  $\bar{y}$  para  $y_1$ .

A Figura 16 ilustra o efeito de um choque de demanda no sistema. Admita-se que a quantidade nominal de moeda aumentou além daquilo que era previsto. A curva de demanda desloca-se de  $D_0D_0$  para  $D_1D_1$ . O efeito desta mudança é aumentar o nível de preços de  $p_0$  para  $p_1$ , e o nível de renda real de  $\bar{y}$  para  $y_1$ .

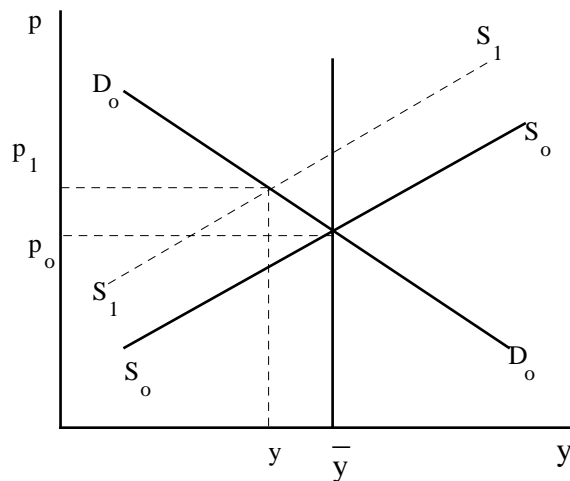


Figura 15. Efeito de um Choque de Oferta Não Antecipado

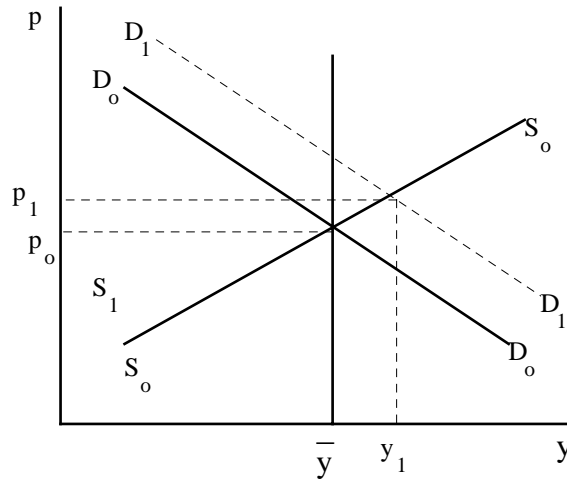


Figura 16. Efeito de um Choque de Demanda Não Antecipado

No modelo desenvolvido até aqui as variáveis eram estocásticas. Admita-se, agora, que as variáveis são determinísticas, e que as equações do modelo são as seguintes:

$$\begin{cases} y = k + \alpha (m - p) + \beta \pi^e + \gamma f \\ \pi = \pi^e + \delta (y - \bar{y}) \\ \pi^e = \pi \end{cases}$$

A primeira é a equação de demanda agregada, e a segunda equação é a curva de Phillips, que já vimos anteriormente na seção que trata do modelo com expectativas adaptativas. A terceira equação supõe previsão perfeita, no sentido de que a taxa de inflação esperada é igual à taxa de inflação observada. esta hipótese implica, de acordo com a curva de Phillips, que o produto real será sempre igual ao produto potencial da economia:

$$y = \bar{y}$$

Levando-se em conta este fato e a hipótese de previsão perfeita, o nível de preços, obtido a partir da equação de demanda agregada, é dado por:

$$p = m + \frac{1}{\alpha} (k + \beta \pi + \gamma f - \bar{y})$$

Como a derivada do logaritmo do nível de preços em relação ao tempo é igual à taxa de inflação, segue-se que:

$$\pi = \dot{p} = \mu + \frac{\beta}{\alpha} \dot{\pi}$$

supondo-se que  $\dot{k} = \dot{f} = \dot{\bar{y}} = 0$  e  $\dot{m} = \mu$ . Esta equação diferencial linear de primeira ordem pode ser escrita como:

$$\dot{\pi} = \frac{\alpha}{\beta} \pi = -\frac{\alpha}{\beta} \mu$$

A Figura 17 mostra o diagrama de fases correspondente a esta equação. O modelo é instável, como indicam as setas, pois ambos os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  são positivos. A solução da equação diferencial é dada por:

$$\pi = \mu + C \exp\left(\frac{\alpha}{\beta} t\right)$$

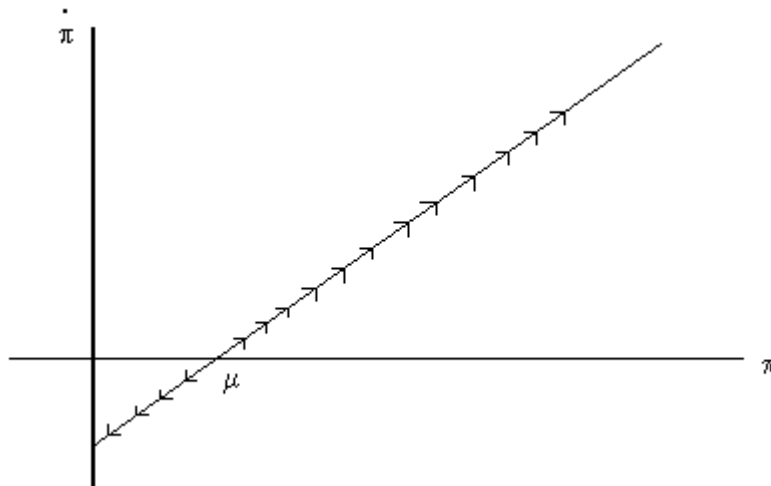


Figura 17. Diagrama de Fases do Modelo de Previsão Perfeita

onde a notação  $\exp ( \ )$  indica o número natural e elevado à expressão entre parênteses, e  $C$  é uma constante que depende das condições iniciais. Admitindo-se que para  $t=0$ , tem-se  $\pi=\mu$ , a constante  $C$  é igual a zero. Logo, a solução do modelo, nestas circunstâncias, é tal que a taxa de inflação é sempre igual à taxa de expansão do estoque de moeda:

$$\pi = \mu$$

Suponha-se que a partir de um certo momento há uma mudança na política monetária, e a taxa de crescimento dos meios de pagamentos aumenta de  $\mu_0$  para  $\mu_1$ , como indicado na Figura 18. A taxa de inflação aumenta instantaneamente de  $\pi_0 = \mu_0$  para  $\pi_1 = \mu_1$ , e o nível de preços dá um pulo para uma nova trajetória, em que a taxa de crescimento é mais elevada que anteriormente. Observe-se que o pulo do nível de preços no instante  $t_0$  é factível, pois os preços são flexíveis. Em outras palavras, eles podem se ajustar instantaneamente quando as condições da economia mudam. A nova taxa de expansão monetária não produz

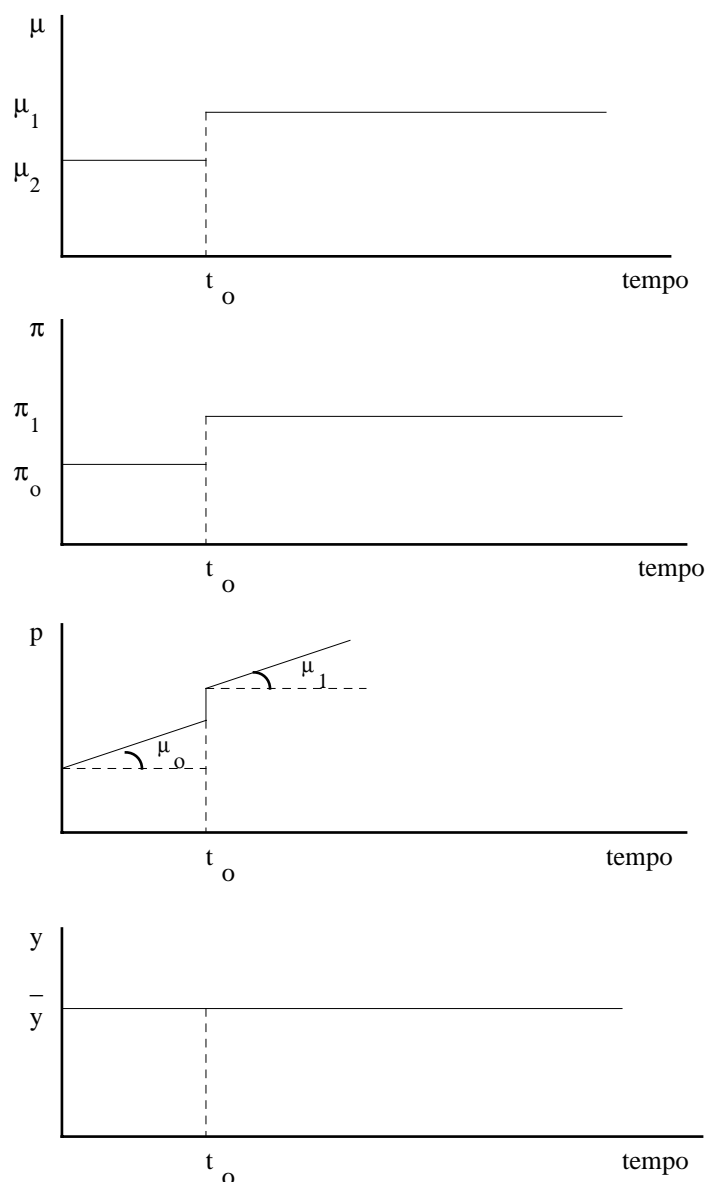


Figura 18. Ajustamento no Modelo de Previsão Perfeita a uma Mudança na Política Monetária

### 3.2. Preços Rígidos

O modelo desenvolvido na última subseção leva a uma conclusão bastante radical sobre a eficácia das políticas monetária e fiscal nos modelos keynesianos em que os preços são flexíveis e as expectativas são racionais. Esta proposição, que deve-se a Lucas, Sargent e Wallace, afirma que as políticas monetária e fiscal que são antecipadas pelos agentes econômicos não afetam os níveis de emprego e de produto real da economia. Portanto, apenas as políticas monetária e fiscal não-antecipadas afetam o nível de emprego e o produto real. Obviamente, os responsáveis pela política econômica podem de vez em quando, transitoriamente, ludibriar o público, atuando de modo não esperado. Mas isto não poderia ser feito de maneira sistemática e permanente, pois os agentes terminariam por descobrir o padrão de comportamento por trás da política econômica.

A proposição de ineficácia da política econômica depende da hipótese de flexibilidade dos preços. Em outras palavras, quando os preços não forem flexíveis as políticas monetária e fiscal influenciarão os níveis de renda real e de emprego da economia. A rigidez no sistema de preços deve-se à existência de contratos explícitos ou implícitos que, pelo menos no curto prazo, impedem os mercados de se ajustarem instantaneamente, quando eles se defrontam com novas condições de política econômica.

Admita-se que existe uma certa rigidez na economia, de tal sorte que o nível de preços seja igual a uma média ponderada do nível de preços do período anterior e daquele que seria praticado se não houvesse rigidez:

$$p_t = \phi p_{t-1} + (1 - \phi)p_t^d, \quad 0 < \phi < 1$$

O nível de preços desejado  $p_t^d$  é dado por uma curva de Phillips. Isto é:

$$p_t^d = p_t^e + \delta(y_t - \bar{y}) + u_t^*$$

onde  $u_t^*$  é o termo estocástico que reflete os choques de oferta. Substituindo-se esta expressão na anterior, obtém-se a seguinte equação de oferta agregada.

$$p_t = \phi p_{t-1} + (1 - \phi) p_t^e + \theta(y_t - \bar{y}) + u_t$$

onde  $\theta = (1 - \phi) \delta$  e  $u_t = (1 - \phi) u_t^*$

Conforme a finalidade de simplificar a álgebra na solução do modelo, suponha-se que a equação de demanda agregada seja dada pela versão clássica da teoria quantitativa da moeda:

$$y_t = m_t + v - p_t + \varepsilon_t$$

onde  $v$  é a velocidade-renda da moeda, e  $\varepsilon_t$  é uma variável aleatória que representa os choques de demanda na economia.

As equações de demanda e de oferta agregadas podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ p_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_t + v + \varepsilon_t \\ \phi p_{t-1} + (1 - \phi) p_t^e - \theta \bar{y} + u_t \end{bmatrix}$$

que fornece as seguintes soluções para os níveis de renda real e de preços:

$$y_t = \frac{m_t + v + \varepsilon_t - \phi p_{t-1} - (1 - \phi) p_{t-1} - (1 - \phi) p_t^e + \theta \bar{y} - u_t}{1 + \theta}$$

$$p_t = \frac{\theta m_t + \theta v + \theta \varepsilon_t + \phi p_{t-1} + (1 - \phi) p_t^e - \theta \bar{y} + u_t}{1 + \theta}$$

Tomando-se a esperança matemática de ambos os lados nesta última equação, o nível esperado de preços será dado pela seguinte média ponderada:

$$p_t^e = \frac{\theta}{\theta + \phi} (m + v - \bar{y}) + \frac{\theta}{\theta + \phi} p_{t-1},$$

onde supõe-se que os diversos choques têm média zero e  $m$  é a componente antecipada da política monetária:

$$m_t = m + v_t$$

e  $v_t$  é a componente não antecipada.

Substituindo-se a expressão  $p_t^e$  nas equações de  $y_t$  e  $p_t$ , obtém-se:

$$y_t = \frac{\phi}{\theta + \phi} (m + v) + \frac{\phi}{\theta + \phi} p_{t-1} + \frac{\theta}{\theta + \phi} \bar{y} + \frac{v_t + \varepsilon_t - u_t}{1 + \theta}$$

$$p_t = \frac{\phi}{\theta + \phi} p_{t-1} + \frac{\theta}{\theta + \phi} (m + v) - \frac{\theta}{\theta + \phi} \bar{y} + \frac{\theta v_t + \theta \varepsilon_t + u_t}{1 + \theta}$$

As principais conclusões deste modelo podem ser obtidas a partir da análise dessas duas equações. Elas são as seguintes:

- A política monetária antecipada ( $m$ ) afeta tanto o nível de preços como o nível de renda real;
- Quando os preços forem flexíveis ( $\phi = 0$ ), a política monetária antecipada não influencia o nível de atividade econômica;
- A política monetária não-antecipada ( $v_t$ ) atua sobre o produto real e o nível de preços;
- O nível de preços, na inexistência de choque, converge para o valor  $p = m + v - \bar{y}$ , dado pela teoria quantitativa;
- O nível do produto real depois de uma mudança na componente antecipada da política monetária converge gradualmente para o produto de pleno emprego.

A Figura 19 mostra o que acontece com os níveis de preços e de renda real depois de um aumento na componente antecipada da política monetária. A curva de demanda desloca-se de  $D_0D_0$  para  $D_1D_1$ , e a curva de oferta desloca-se de  $S_0S_0$  para  $S_1S_1$ .

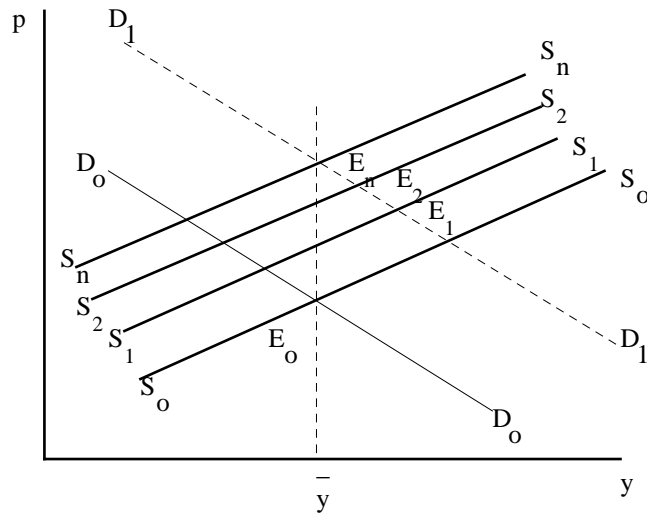


Figura 19. Efeito de Política Monetária Antecipada

O novo ponto de equilíbrio de curto prazo é dado por  $E_1$ , com os níveis de preços e de renda real mais elevados. A curva de oferta continua se deslocando, descrevendo vários equilíbrios de curto prazo, até que o equilíbrio final de longo prazo (ponto  $E_n$ ) seja alcançado.

A Figura 20 trata do caso em que houve um aumento da componente não antecipada da política monetária. A curva de demanda agregada desloca-se de  $D_0D_0$  para  $D_1D_1$ . A curva de oferta não se desloca, pois os agentes econômicos não esperavam a mudança da política monetária. O novo equilíbrio de curto prazo é dado pelo ponto  $E_1$ . Se o choque de demanda for permanente, o equilíbrio de longo prazo será dado pelo ponto  $E_2$ . Caso contrário, a economia volta para o seu antigo equilíbrio (ponto  $E_0$ ).

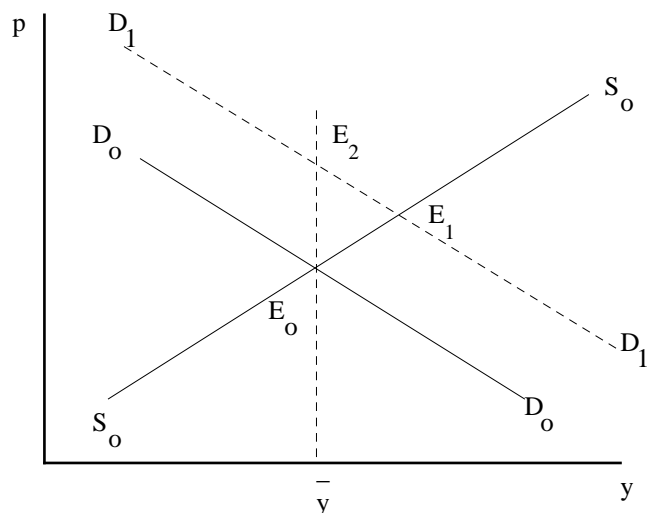


Figura 20. Efeito de Política Monetária Não Antecipada

### 3.3. Informação Assimétrica

Uma outra possibilidade da política econômica afetar de maneira sistemática o nível do produto real, mesmo quando os preços são flexíveis, é no caso de informação assimétrica dos agentes econômicos. Esta situação ocorre quando alguns agentes não têm acesso a informações que outros possuem. Para formalizar um modelo com informação assimétrica, considere-se as seguintes equações de demanda e oferta agregadas:

$$\begin{cases} p_t = y_t - m_t + v + \varepsilon_t \\ y_t = \bar{y} + \delta (p - p_t^e) u_t \end{cases}$$

A primeira equação é a teoria quantitativa da moeda na sua forma clássica, com a velocidade-renda da moeda sendo dada por duas componentes, uma constante e igual a  $v$ , e outra estocástica representada pela variável aleatória  $\varepsilon_t$ , com média igual a zero, variância constante, e serialmente não correlacionada. A segunda equação é a Curva de Phillips, sendo  $u_t$  a variável aleatória que representa os choques de oferta, e com as mesmas propriedades estatísticas de  $\varepsilon_t$ .

O sistema de equações anterior pode ser escrito em forma matricial, ou seja:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\delta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_t + v + \varepsilon_t \\ \bar{y} - \delta p_t^e + u_t \end{bmatrix}$$

ou, ainda:

$$\begin{bmatrix} p_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \delta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_t + v + \varepsilon_t \\ \bar{y} - \delta p_t^e + u_t \end{bmatrix}$$

Logo, a solução deste sistema para o nível de preços e renda real é dada por:

$$p_t = \frac{m_t + v + \varepsilon_t - \bar{y} + \delta p_t^e - u_t}{1 + \delta}$$

$$y_t = \frac{\delta (m_t + v + \varepsilon_t) + \bar{y} - \delta p_t^e + u_t}{1 + \delta}$$

Tomando o valor esperado em ambos os lados da equação de  $p_t$ , obtém-se:

$$p_t^e = E(p_t / I_{t-1}) - E(m_t / I_{t-1}) + v - \bar{y}$$

onde  $E(x / I_{t-1})$  representa a esperança matemática de  $x$  condicionada pela informação existente em  $t-1(I_{t-1})$ .

Admita-se, agora, que a política monetária seguida pelo Banco Central é expressa pela equação:

$$m_t = \bar{m} - \beta \varepsilon_t$$

onde  $\bar{m}$  é o valor de  $m_t$  quando inexistem choques na velocidade da moeda. Por outro lado, quando ocorrem choques na velocidade-renda, o Banco Central procura agir de

maneira a contrabalançá-los, pois ele tem informações sobre estes choques no próprio período  $t$ , enquanto o setor privado só saberá o que ocorreu com a velocidade no período seguinte ( $t+1$ ). Deste modo, a previsão do setor privado, no período  $t-1$ , para o estoque de moeda no período  $t$  é igual a:

$$E(m_t / I_{t-1}) = \bar{m}$$

Consequentemente, a previsão para o nível de preços é dada por:

$$p_t^e = \bar{m} + v - \bar{y}$$

Substituindo-se este valor nas equações de  $p_t$  e  $y_t$ , obtém-se:

$$p_t = \bar{m} + v - \bar{y} + \left( \frac{1-\beta}{1+\gamma} \right) \varepsilon_t - \frac{u_t}{1+\delta}$$

$$y_t = \bar{y} + \frac{\delta(1-\beta)}{1+\delta} \varepsilon_t + \frac{u_t}{1+\delta}$$

Observe-se, então, que o parâmetro  $\beta$  da política monetária afeta tanto o nível de preços, quanto o produto real. Se o governo tiver como objetivo de política econômica diminuir a variância do produto, ele pode escolher o valor de  $\beta$  para atingir esta finalidade. É fácil verificar-se que este valor é um ( $\beta=1$ ). Nestas circunstâncias o Banco Central consegue eliminar o efeito de qualquer mudança na velocidade-renda da moeda sobre os níveis de preços e de produto real da economia, variando o estoque de moeda de sorte a contrabalançar os movimentos da velocidade: i) se a velocidade sobe o Banco Central diminui o estoque de moeda; ii) se a velocidade diminui o Banco Central aumenta o estoque de moeda. A Figura 21 ilustra o que acontece em virtude da política monetária ativa do Banco Central. Quando a velocidade sobe, deslocando a curva de demanda agregada de  $D_0D_0$  para  $D_1D_1$ , o Banco Central reduz imediatamente o estoque de moeda, fazendo com que a curva de demanda agregada volte para sua posição original. Quando a velocidade-renda da moeda reduz-se, com a curva de demanda agregada deslocando-se de  $D_0D_0$  para  $D_2D_2$ , o Banco Central aumenta o estoque de moeda de sorte a fazer com que a curva de demanda agregada volte novamente para sua posição inicial.

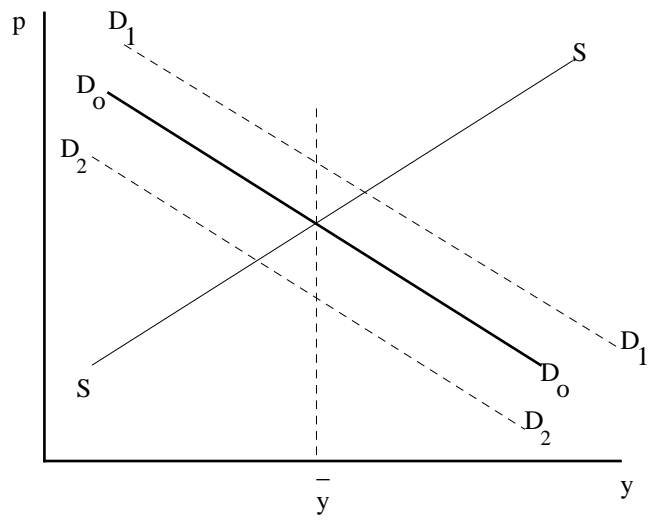


Figura 21. Política Monetária Ativa e Estabilização da Economia

## APÊNDICE

Este apêndice tem como objetivo apresentar alguns resultados básicos sobre equações de diferenças finitas lineares de primeira e de segunda ordem, sistemas lineares de equações de diferenças finitas de primeira ordem, equações diferenciais lineares de primeira e de segunda ordem, e sistemas lineares de equações diferenciais de primeira ordem, que são largamente utilizados no texto.

### A1. Equações de Diferenças Finitas Linear de Primeira Ordem

A equação de diferenças finitas linear de primeira ordem é definida por:

$$x_t = a x_{t-1} + k$$

onde  $a \neq 0$  e  $k$  são parâmetros.

Para resolver esta equação podemos escrever que:

$$x_{t-1} = a x_{t-2} + k$$

$$x_{t-2} = a x_{t-3} + k$$

e assim sucessivamente. Substituindo-se o valor de  $x_{t-1}$  da segunda equação na primeira, o valor de  $x_{t-2}$  da terceira equação na expressão que daí resulta, e assim repetidamente, até obter-se:

$$x_t = a^t x_0 + k + ak + a^2k + \dots + a^{t-1} k$$

que é igual a:

$$x_t = a^t x_0 + \frac{k(1 - a^t)}{1 - a}$$

ou ainda:

$$x_t = \frac{k}{1 - a} + a^t \left( x_0 - \frac{k}{1 - a} \right)$$

I) Quando  $|a| < 1$ , o limite de  $x_t$ , quando  $t \rightarrow \infty$ , é igual a:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_t = \frac{b}{1 - a}$$

e a equação é estável.

II) Quando  $|a| > 1$  temos dois casos. Se  $x_0 = b/1-a$ ,

$$x_t = \frac{b}{1 - a}, \forall t \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x_t = \frac{b}{1 - a}$$

Se  $x_0 \neq b/1-a$ , tem-se:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_t = \pm \infty$$

e a solução da equação é instável.

A análise da estabilidade da solução da equação pode ser feita com auxílio de um diagrama de fase, onde marca-se o valor de  $x_t$  no eixo das ordenadas e o de  $x_{t-1}$  no eixo das abscissas, como indicado na Figura A1. A reta OA com ângulo de 45°, passando pela origem, é o lugar geométrico dos pontos em que a abscissa é igual à ordenada:  $x_t = x_{t-1}$ . A reta BC representa a equação  $x_t = a x_{t-1} + k$ . A interseção das duas retas, OA e BC, é a solução de equilíbrio da equação.

A Figura A1a mostra o caso em que a solução é estável, pois partindo-se de qualquer valor inicial, como por exemplo  $x_0$ , o valor de  $x$  converge gradualmente para o ponto E.

No exemplo da Figura A1b, a solução é instável, pois a partir de qualquer valor inicial de  $x$ , como  $x_0$ , a trajetória da variável  $x$  diverge do ponto E.

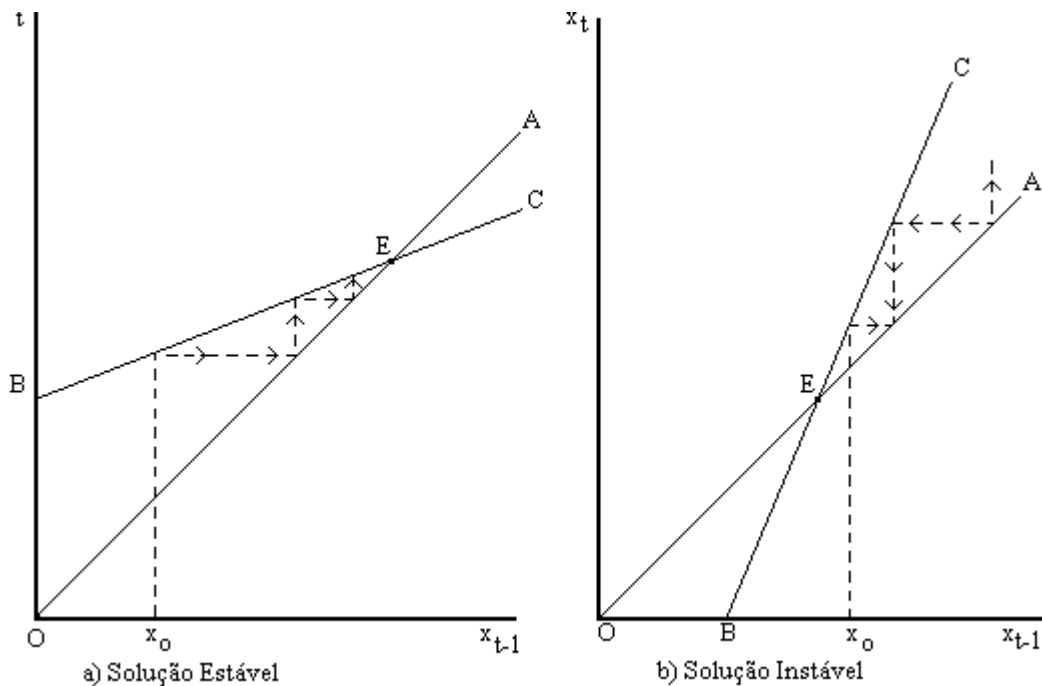


Figura A1. Diagrama de Fases

## A2. Equação de Diferenças Finitas Linear de Segunda Ordem

A equação de diferenças finitas linear de segunda ordem é definida por:

$$x_t + a x_{t-1} + b x_{t-2} = k$$

onde  $b \neq 0$ . Quando  $k=0$ , a equação é denominada homogênea.

A solução geral da equação de diferenças finitas de segunda ordem consiste de duas partes aditivas. A primeira, denominada solução de equilíbrio, é obtida através da resolução da seguinte equação:

$$\bar{x} + a \bar{x} + b \bar{x} = k, \quad 1 + a + b \neq 0$$

A segunda parte da solução geral é a solução da equação homogênea correspondente que depende das raízes

$$\lambda_i = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4b}}{2}, \quad i = 1, 2$$

da equação do segundo grau,

$$\lambda^2 + a \lambda + b = 0$$

e de acordo com os valores dessas raízes podem conduzir às seguintes situações:

I) Raízes reais e desiguais ( $a^2 - 4b > 0$ ):

$$x_t = \frac{k}{1+a+b} + C_1 \lambda_1^t + C_2 \lambda_2^t$$

II) Raízes reais e iguais ( $a^2 - 4b = 0$ ):

$$x_t = \frac{k}{1+a+b} + (C_1 + C_2 t) \lambda^t$$

III) Raízes complexas conjugadas ( $a^2 - 4b < 0$ ):

$$x_t = \frac{k}{1+a+b} + r^t (C_1 \cos \theta t + C_2 \operatorname{sen} \theta t)$$

onde:

$$r = \sqrt{b} \quad e \quad \cos \theta = \frac{-a}{2\sqrt{b}}$$

Em todas as três situações as constantes  $C_1$  e  $C_2$  dependem das condições iniciais da equação.

Para demonstrar-se as proposições anteriores basta verificar-se que as expressões de  $x_t$  satisfazem a equação de diferenças finitas linear de segunda ordem. Com efeito, tomemos o caso das raízes reais e desiguais:

$$\frac{k}{1+a+b} + C_1 \lambda_1^t + C_2 \lambda_2^t + \frac{a k}{1+a+b} + a C_1 \lambda_1^{t-1} + a C_2 \lambda_2^{t-1} + \frac{b k}{1+a+b} + b C_1 \lambda_1^{t-2} + b C_2 \lambda_2^{t-2} = k$$

que pode ser escrita como:

$$C_1 \lambda_1^{t-2} (\lambda_1^2 + a \lambda_1 + b) + C_2 \lambda_2^{t-2} (\lambda_2^2 + a \lambda_2 + b) = 0$$

e que nos leva a concluir que  $x_t$  é uma solução.

Quando as raízes são complexas conjugadas elas podem ser expressas por:

$$\lambda_1 = r (\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$$

$$\lambda_2 = r (\cos \theta - i \operatorname{sen} \theta)$$

lembrando-se que os números complexos  $\alpha + \beta i$ ,  $i^2 = -1$ , podem ser escritos nas seguintes formas:

$$\alpha + \beta i = r (\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) = r e^{i\theta}$$

onde:

$$r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad e \quad \cos \theta = \alpha / r$$

Aplicando-se o teorema de Moivre que afirma

$$[r (\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta)$$

as expressões de  $\lambda_1^t$  e  $\lambda_2^t$  podem ser escritas como:

$$\lambda_1^t = r^t (\cos \theta t + i \operatorname{sen} \theta t)$$

$$\lambda_2^t = r^t (\cos \theta t - i \operatorname{sen} \theta t)$$

É fácil verificar-se, então, que

$$\frac{\lambda_1^t + \lambda_2^t}{2} = r^t \cos \theta t$$

$$\frac{\lambda_1^t - \lambda_2^t}{2i} = r^t \operatorname{sen} \theta t$$

são, também, soluções da equação de diferenças finitas  $x_t + a x_{t-1} + b x_{t-2} = 0$ . Daí, conclui-se que

$$r^t (C_1 \cos \theta t + C_2 \operatorname{sen} \theta t)$$

é uma solução da equação homogênea:

A solução de equilíbrio  $\bar{x}$  é uma solução estável da equação de diferenças finitas, independentemente das condições iniciais, se a solução geral convergir com o decorrer do tempo para o valor de equilíbrio  $\bar{x}$ , isto é:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_t = \bar{x}$$

Teorema - A solução de equilíbrio  $\bar{x}$  é uma solução de equilíbrio estável da equação de diferenças finitas de segunda ordem se, e somente se:

$$1 + a + b > 0$$

$$1 - a + b > 0$$

$$1 - b > 0$$

Demonstração: (Condição Necessária) Considere a função  $f(\lambda) = \lambda^2 + a\lambda + b$ , que é convexa, pois sua derivada segunda é positiva. Suponha que a solução de equilíbrio da equação de diferenças finitas de segunda ordem é estável. Então, as raízes  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  da equação  $f(\lambda) = 0$  são, em valores absolutos, menores do que 1.

Portanto,  $f(1) > 0$ , que implica  $1 + a + b > 0$ , e  $f(-1) > 0$ , que acarreta a seguinte desigualdade  $1 - a + b > 0$ . Obviamente estas duas restrições também são satisfeitas quando as raízes forem complexas. Por outro lado, sabemos que  $\lambda_1 \lambda_2 = b$ . Logo, se as raízes forem complexas  $|\lambda_1|^2 = |\lambda_2|^2 = b < 1$ , e se as raízes forem reais o produto delas deve ser menor do que 1, pois elas estão compreendidas entre -1 e 1. Consequentemente:  $1 - b > 0$ . (Condição Suficiente): Suponha que  $1 + a + b > 0$ ,  $1 - a + b > 0$  e  $1 - b > 0$ . É fácil verificar-se que em qualquer situação os valores absolutos das raízes  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são menores do que 1. Portanto, a solução de equilíbrio é estável.

A área hachureada da Figura A2 mostra a região na qual os valores dos parâmetros  $a$  e  $b$  conduzem a uma solução de equilíbrio estável para a equação de diferenças finitas de segunda ordem.

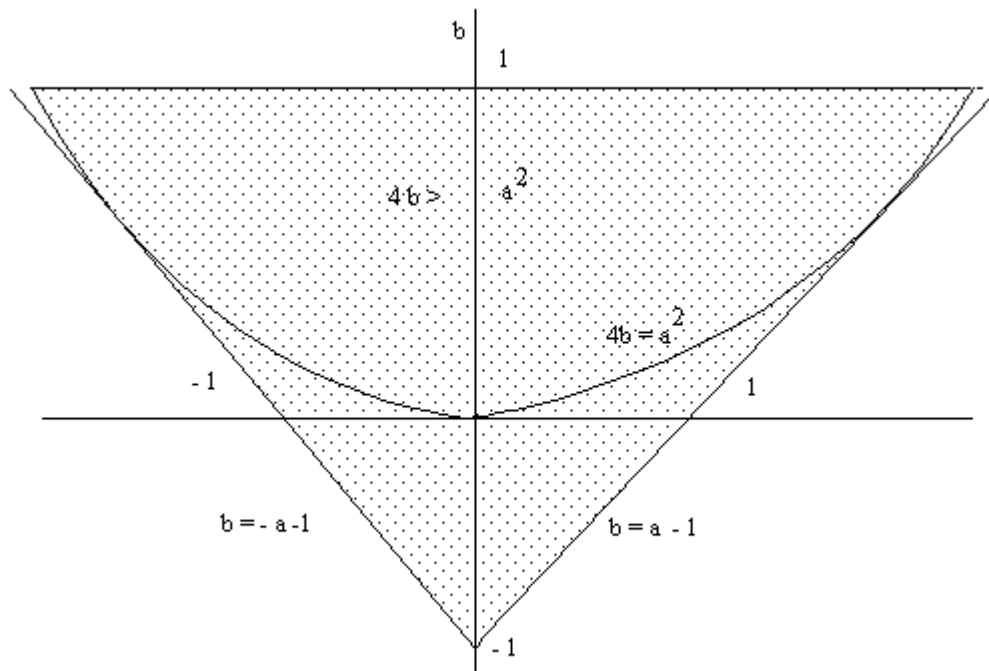


Figura A2. Estabilidade da Equação de Diferenças Finitas de 2ª Ordem

Seja a função periódica

$$x = x_0 \cos (\theta t + \phi)$$

cujo gráfico está na Figura A3. Denomina-se de amplitude da função o valor  $x_0$ ; de período da função (T), o tempo necessário para um ciclo completo:  $T=2\pi/\theta$ ; de frequência da função o número de ciclos por unidade de tempo:  $f=1/T=\theta/2\pi$ ; e de  $\phi$  o ângulo de fase da função. No gráfico da Figura A3, o ângulo de fase é igual a zero. Considere a função:

$$x_t = r_t (C_1 \cos \theta t + C_2 \sen \theta t)$$

onde  $C_1$  e  $C_2$  são duas constantes, que dependem das condições iniciais. Defina-se  $C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$  e seja  $\phi$  o ângulo tal que:

$$\sen \phi = -\frac{C_1}{C} \quad e \quad \cos \phi = \frac{C_2}{C}$$

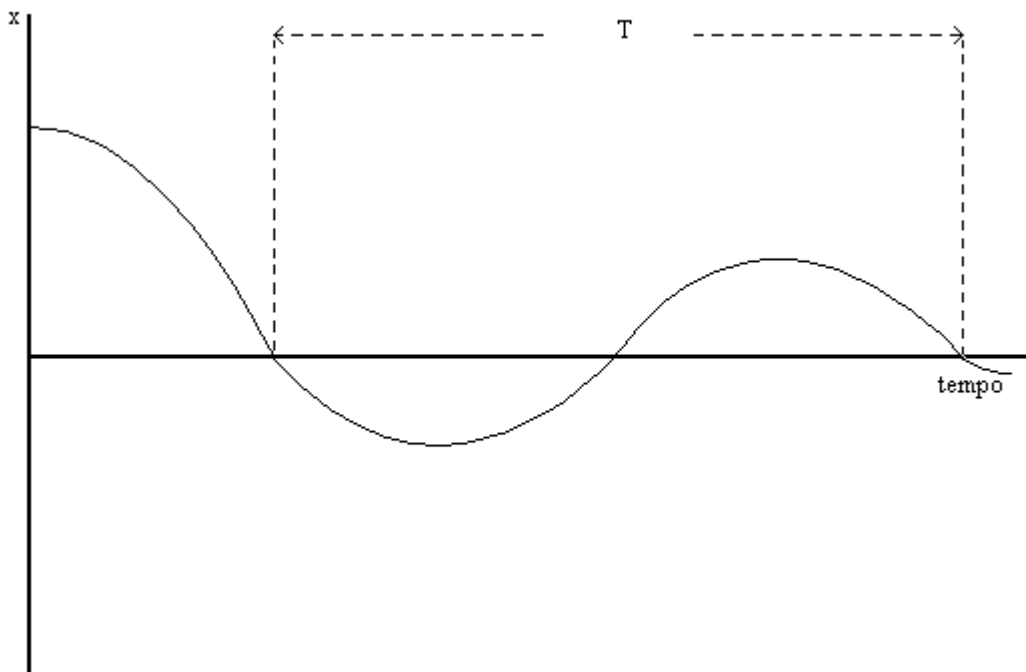


Figura A3. Função Periódica

A expressão anterior de  $x$  pode ser, então, escrita como:

$$\begin{aligned} x_t &= C r^t \left( \frac{C_1}{C} \cos \theta t + \frac{C_2}{C} \sen \theta t \right) = \\ &= C r^t (-\sen \phi \cos \theta t + \cos \phi \sen \theta t) \end{aligned}$$

Levando-se em conta a propriedade bem conhecida da trigonometria de que  $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ , a equação de  $x_t$  transforma-se em:

$$x_t = C r^t \cos(\theta t + \phi)$$

Supondo-se que o parâmetro  $r$  seja, em valor absoluto, menor do que 1, a equação de  $x_t$  representa um ciclo amortecido. O fator de amortecimento é igual a  $C r^t$ , que é a amplitude no tempo  $t$ . Por analogia, ao caso da função periódica  $x_0 \cos(\theta t + \phi)$ , denomina-se, também, de período ( $T$ ) o tempo necessário para um ciclo completo; de frequência ( $f$ ) o número de ciclo por unidade de tempo, e de  $\phi$  a fase do sistema. A Figura A4. mostra o gráfico deste tipo de função.

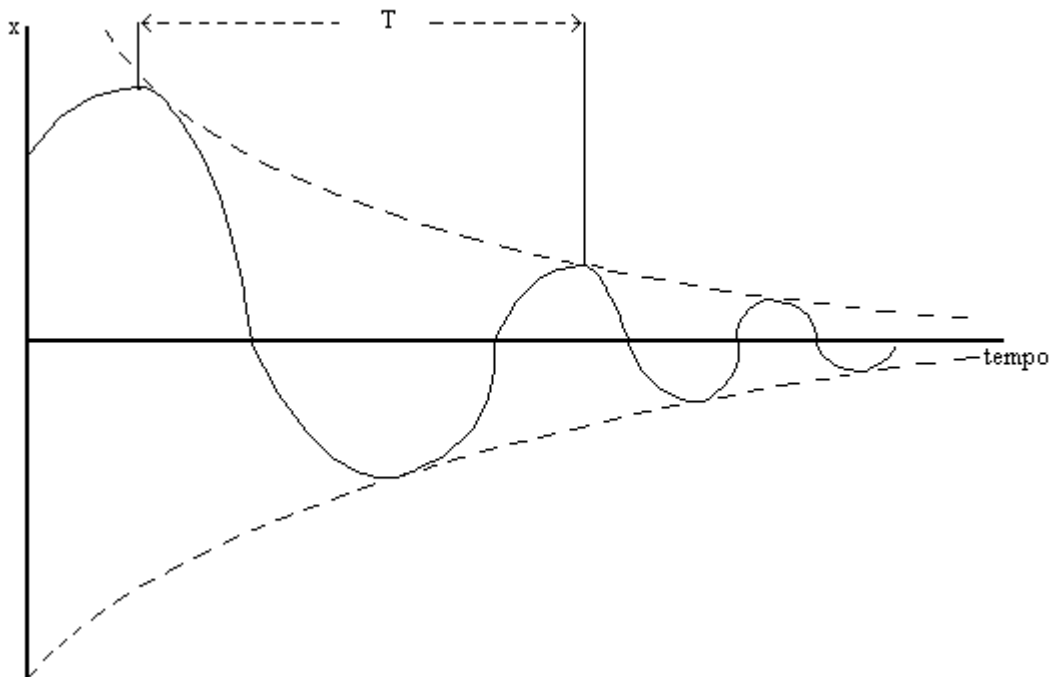


Figura A4. Ciclo Amortecido

### A3. Sistema Linear de Equações de Diferenças Finitas de Primeira Ordem

Considere o seguinte sistema linear de equações de diferenças finitas de primeira ordem:

$$\begin{cases} x_t = a_{11} x_{t-1} + a_{12} y_{t-1} + k_1 \\ y_t = a_{21} x_{t-1} + a_{22} y_{t-1} + k_2 \end{cases}$$

onde os  $a_{ij}$  e  $k_i$ 's são coeficientes que independem do tempo. O sistema pode ser escrito com auxílio da matriz  $A$ , definida por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$$

Com um pouco de álgebra é sempre possível colocar-se um sistema linear de equações de diferenças finitas de primeira ordem neste formato.

Usando-se o operador de defasagem  $L(LZ_t = Z_{t-1})$  o sistema de equações pode ser escrito como:

$$\begin{cases} (1 - a_{11} L) x_t - a_{12} L y_t = k_1 \\ -a_{21} L x_t + (1 - a_{22} L) y_t = k_2 \end{cases}$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} 1 - a_{11} L & -a_{12} L \\ -a_{21} L & 1 - a_{22} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$$

A solução deste sistema é dada por:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 - a_{11} L)(1 - a_{22} L) - a_{12} a_{21} L^2} \begin{bmatrix} 1 - a_{22} L & a_{12} L \\ a_{21} L & 1 - a_{11} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$$

que depois de algumas operações algébricas, fornece as seguintes equações de diferenças finitas de segunda ordem:

$$x_t - (tr A) x_{t-1} + |A| x_{t-2} = (1 - a_{22}) k_1 + a_{12} k_2$$

$$y_t - (tr A) y_{t-1} + |A| y_{t-2} = a_{21} k_1 + (1 - a_{11}) k_2$$

onde o traço da matriz  $A$  ( $tr A$ ) e o determinante da matriz  $A$  ( $|A|$ ) são definidos por:

$$tr A = a_{11} + a_{22}$$

$$|A| = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$$

Podemos agora, aplicar os resultados obtidos no estudo das equações de diferenças finitas de segunda ordem para analisar a estabilidade do sistema linear de equações de diferenças finitas de primeira ordem. Isto é, o sistema será estável se, e somente se, as seguintes desigualdades forem verificadas:

$$1 - \operatorname{tr} A + |A| > 0$$

$$1 + \operatorname{tr} A + |A| > 0$$

$$1 - |A| > 0$$

Estas três desigualdades podem ser reduzidas a duas, usando-se o valor absoluto do traço da matriz:

$$1 + |A| > |\operatorname{tr} A|$$

$$|A| < 1$$

#### A4. Equação Diferencial Linear de 1ª Ordem

A equação diferencial linear de primeira ordem é definida por:

$$\dot{x} + a x = 0$$

onde  $a$  é um coeficiente que independe do tempo. Se  $x = e^{rt}$  for uma solução desta equação,  $\dot{x} = r e^{rt}$ , e temos que:

$$r e^{rt} + a e^{rt} = 0$$

Logo,  $r = -a$ , e a solução da equação será:

$$x = C e^{-at}$$

onde  $C$  é uma constante a ser determinada, dependendo das condições iniciais.

I) O coeficiente  $a$  é positivo:  $a > 0$ . A solução da equação é estável, pois ela converge para zero.

II) O coeficiente  $a$  é negativo:  $a < 0$ . A solução da equação é instável, pois ela cresce indefinidamente.

Considere agora a equação diferencial da primeira ordem não homogênea:

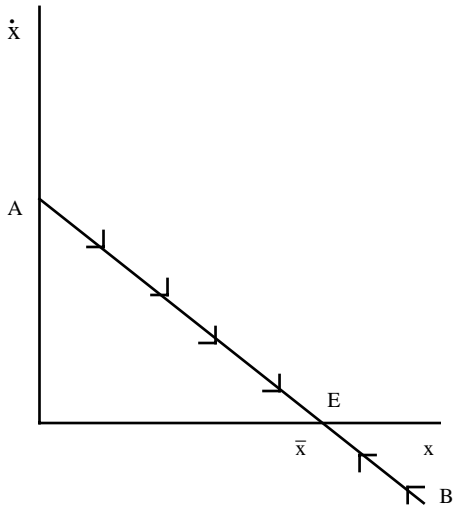
$$\dot{x} + a x = k$$

onde  $k$  é um parâmetro. A solução desta equação será dada por:

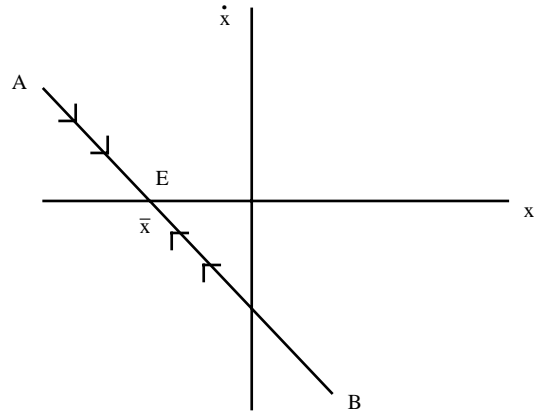
$$x = \bar{x} + C e^{-at}$$

onde  $\bar{x} = k / a$ . Obviamente, se  $a > 0$  a solução é estável, e em caso contrário,  $a < 0$ , a solução é instável. Cabe ainda lembrar que se o valor da constante  $C$  for igual a zero, a solução será estável, qualquer que seja o valor de  $a$ .

A análise da estabilidade desta equação pode ser feita com auxílio de um diagrama de fases, onde no eixo vertical marca-se o valor de  $\dot{x}$ , e no eixo horizontal o valor de  $x$ , como indicado nas Figuras A5 e A6. A reta AB é a representação geométrica da equação  $\dot{x} + ax = k$ .



i)  $a > 0, k > 0$



ii)  $a > 0, k < 0$

Figura A5. Solução Estável

As setas da Figura A5 indicam que o valor de  $x$  converge para  $\bar{x}$ , pois para valores à esquerda de  $\bar{x}$ ,  $\dot{x} > 0$  e, portanto,  $x$  está aumentando. Por outro lado, para valores de  $x$  à direita de  $\bar{x}$ ,  $\dot{x} < 0$ , ou seja,  $x$  está diminuindo. As setas da Figura A6 indicam que para valores de  $x$  diferentes de  $\bar{x}$ , a trajetória de  $x$  diverge do ponto E. Logo, a solução é instável.

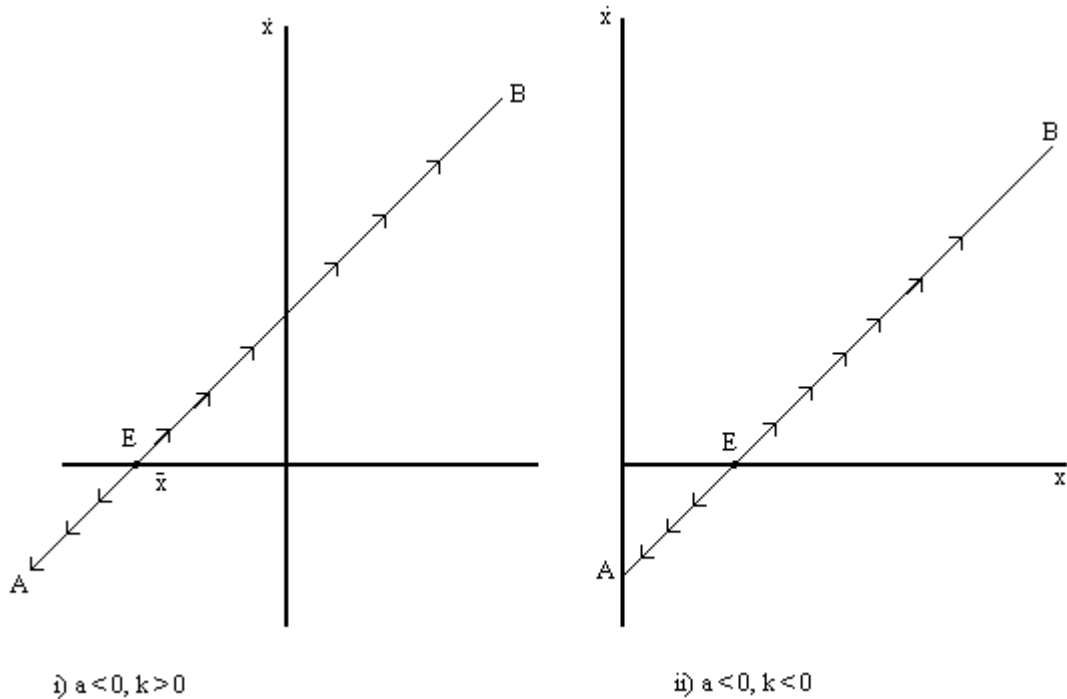


Figura A6. Solução Instável

#### A5. Equação Diferencial Linear de Segunda Ordem

A equação diferencial linear de segunda ordem é definida por:

$$\ddot{x} + a \dot{x} + bx = 0$$

onde  $a$  e  $b$  são coeficientes que independem do tempo. Se  $x=e^{rt}$  for uma solução desta equação, tem-se:

$$\dot{x} = r e^{rt} \quad e \quad \ddot{x} = r^2 e^{rt}$$

Substituindo-se os valores de  $x$ ,  $\dot{x}$  e  $\ddot{x}$  na equação diferencial obtém-se a equação do 2º grau:

$$r^2 + a r + b = 0$$

cujas raízes são:

$$r_1 = -\frac{a}{2} + \left(\frac{a^2}{4} - b\right)^{1/2}$$

$$r_2 = -\frac{a}{2} - \left(\frac{a^2}{4} - b\right)^{1/2}$$

Observe-se que:

$$r_1 + r_2 = -a$$

$$r_1 r_2 = b$$

I) As raízes são reais e distintas, isto é:

$$\frac{a^2}{4} - b > 0$$

A solução pode ser escrita como:

$$x = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$$

onde  $C_1$  e  $C_2$  são duas constantes a serem determinadas. Consideremos agora, vários casos particulares.

- Ambas raízes são negativas:  $r_1 < r_2 < 0$ . Neste caso a solução é estável., pois o valor de  $x$  converge para zero.
- Ambas raízes são positivas:  $r_1 > r_2 > 0$ . Nesta hipótese o valor de  $x$  cresce sem limites, e a solução é instável
- Uma raiz é positiva e a outra é negativa:  $r_1 > 0 < r_2$  Se a constante  $C_1$  for diferente de zero, o valor de  $x$  cresce indefinidamente com o passar do tempo. Se o valor da constante  $C_1$  é nulo, e a constante  $C_2$  é diferente de zero, a solução é estável pois  $x$  converge para zero. esta hipótese corresponde a um ponto de sela.
- Uma das raízes é nula e a outra é negativa:  $r_1 = 0$  e  $r_2 < 0$ . A solução é estável.
- Uma das raízes é nula e a outra é positiva:  $r_1 = 0$  e  $r_2 > 0$ . A solução é instável.

II) As raízes são reais e iguais, isto é:

$$\frac{a^2}{4} - b = 0$$

A solução é dada por

$$x = (C_1 + C_2 t) e^{-\frac{1}{2} a t}$$

pois:  $r_1 = r_2 = -\frac{a}{2}$

- Quando  $a > 0$ , a solução é estável.
- Quando  $a < 0$ , a solução é instável.

III) As raízes são complexas conjugadas. Isto ocorre quando:

$$\frac{a^2}{4} - b < 0$$

Sejam  $r_1 = \alpha + \beta i$  e  $r_2 = \alpha - \beta i$  as duas raízes complexas onde  $i^2 = -1$ , e:

$$\alpha = -\frac{a}{2}; \quad \beta = \left(b - \frac{a^2}{4}\right)^{1/2}$$

Podemos escrever que:

$$e^{r_1 t} = e^{(\alpha + \beta i)t} = e^{\alpha t} e^{\beta i t} = e^{\alpha t} (\cos \beta t + i \operatorname{sen} \beta t)$$

$$e^{r_2 t} = e^{(\alpha - \beta i)t} = e^{\alpha t} e^{-\beta i t} = e^{\alpha t} (\cos \beta t - i \operatorname{sen} \beta t)$$

pois  $e^{z i} = \cos z + i \operatorname{sen} z$ .

Precisamos agora do seguinte resultado: Seja  $u(t)$  e  $v(t)$  duas soluções da equação diferencial  $x = (C_1 + C_2 t) e^{-\frac{1}{2} a t}$ , então a combinação linear  $\theta u(t) + \phi v(t)$ , onde  $\theta$  e  $\phi$  são parâmetros, também é solução da equação. Com efeito, substituindo-se a combinação linear das soluções na equação, obtém-se:

$$(\theta \ddot{u} + \phi \ddot{v}) + a(\theta \dot{u} + \phi \dot{v}) + b(\theta u + \phi v) = \theta \cdot 0 + \phi \cdot 0 = 0$$

Logo,  $\theta u(t) + \phi v(t)$  é também, a solução da equação  $\ddot{x} + a \dot{x} + b x = 0$ . Portanto, se  $e^{r_1 t}$  e  $e^{r_2 t}$  são soluções destas equações, é fácil verificar-se que as seguintes combinações lineares,

$$\frac{1}{2} e^{r_1 t} + \frac{1}{2} e^{r_2 t} = e^{\alpha t} \cos \beta t$$

$$\frac{1}{2i} e^{r_1 t} - \frac{1}{2i} e^{r_2 t} = e^{\alpha t} \operatorname{sen} \beta t$$

são soluções da equação  $\ddot{x} + a \dot{x} + b x = 0$ . Conclui-se, então, que

$$x = e^{\alpha t} (C_1 \cos \beta t + C_2 \operatorname{sen} \beta t)$$

é solução da equação diferencial linear de segunda ordem, pois resulta de uma combinação linear das duas soluções anteriores.

- As raízes são puramente imaginárias:  $\alpha = a = 0$ . Neste caso a solução oscila dentro de limites fixos.
- A parte real do número complexo é negativa:  $\alpha < 0$ , isto é,  $a > 0$ . A solução oscila e converge para zero.
- A parte real do número complexo é positiva:  $\alpha > 0$ , ou seja,  $a < 0$ . A solução oscila e cresce indefinidamente.

Podemos agora estabelecer o seguinte teorema: A equação diferencial de 2ª ordem  $\ddot{x} + a \dot{x} + b x = 0$  é estável se e somente se  $a > 0$  e  $b > 0$ .

Considere a seguinte equação diferencial de 2ª ordem não homogênea:

$$\ddot{x} + a \dot{x} + b x = k$$

A solução desta equação será dada por:

$$x = \bar{x} + C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$$

onde  $\bar{x} = k/b$ , e  $r_1$  e  $r_2$  são raízes da equação  $r^2 + ar + b = 0$ , e os resultados vistos até aqui para a equação homogênea aplicam-se neste caso.

A partir das condições iniciais pode-se determinar os valores das constantes  $C_1$  e  $C_2$ . Com efeito, da expressão anterior segue-se que:

$$x(0) = \bar{x} + C_1 + C_2$$

Derivando-se em relação ao tempo a solução da equação diferencial, obtém-se:

$$\dot{x}(t) = \frac{d x(t)}{dt} = C_1 r_1 e^{r_1 t} + C_2 r_2 e^{r_2 t}$$

logo:

$$\dot{x}(0) = C_1 r_1 + C_2 r_2$$

O sistema de duas equações a duas incógnitas

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = x(0) - \bar{x} \\ r_1 C_1 + r_2 C_2 = \dot{x}(0) \end{cases}$$

pode ser resolvido, quando  $r_1 \neq r_2$  para obter-se os valores de  $C_1$  e de  $C_2$ . Quando  $r_1 = r_2$  aplica-se um procedimento idêntico.

#### A.6 Sistema Linear de Equações Diferenciais de 1ª Ordem

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dot{x} = a_{11}x + a_{12}y + b_1 \\ \dot{y} = a_{21}x + a_{22}y + b_2 \end{cases}$$

onde os coeficientes  $a_{ij}$  e  $b_i$  independem do tempo. Seja  $A$  a matriz formada pelos valores de  $a_{ij}$ :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

cujo traço e determinante são dados por:

$$tr A = a_{11} + a_{22}$$

$$|A| = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}$$

Com auxílio do operador  $Dx = \dot{x}$  o sistema de equações diferenciais pode ser escrito como:

$$\begin{cases} (D - a_{11})x - a_{12}y = b_1 \\ -a_{21}x + (D - a_{22})y = b_2 \end{cases}$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} D - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & D - a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

A solução deste sistema é dada por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{(D - a_{11})(D - a_{22}) - a_{21} a_{12}} \begin{bmatrix} D - a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & D - a_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

que depois de algum algebrismo transforma-se em:

$$\begin{cases} \ddot{x} - (tr A) \dot{x} + |A| x = a_{12} b_2 - a_{22} b_1 \\ \ddot{y} - (tr A) \dot{y} + |A| y = a_{21} b_1 - a_{11} b_2 \end{cases}$$

O sistema de equações diferenciais de primeira ordem é, portanto, equivalente a duas equações diferenciais de segunda ordem, nas variáveis  $x$  e  $y$ . Os resultados obtidos anteriormente aplicam-se aqui. Isto é, as condições necessária e suficiente para que o sistema seja estável são as seguintes:

$$tr A < 0$$

$$|A| > 0$$

A análise da estabilidade do sistema pode ser feita com auxílio do diagrama de fases, onde marca-se o valor de  $y$  no eixo vertical e o de  $x$  no eixo horizontal.

I) Admita-se que  $a_{11} < 0$ ,  $a_{22} < 0$ ,  $a_{21} > 0$  e  $a_{12} < 0$ . É fácil verificar-se que o sistema é estável com estes valores pois  $tr A < 0$  e  $|A| > 0$ .

Quando  $\dot{x} = 0$ , os valores de  $y$  e de  $x$  que correspondem a este lugar geométrico são dados por:

$$y = \frac{a_{11}}{a_{12}} x - \frac{b_1}{a_{12}}$$

Quando  $\dot{x} > 0$ , a seguinte desigualdade deve ser obedecida:

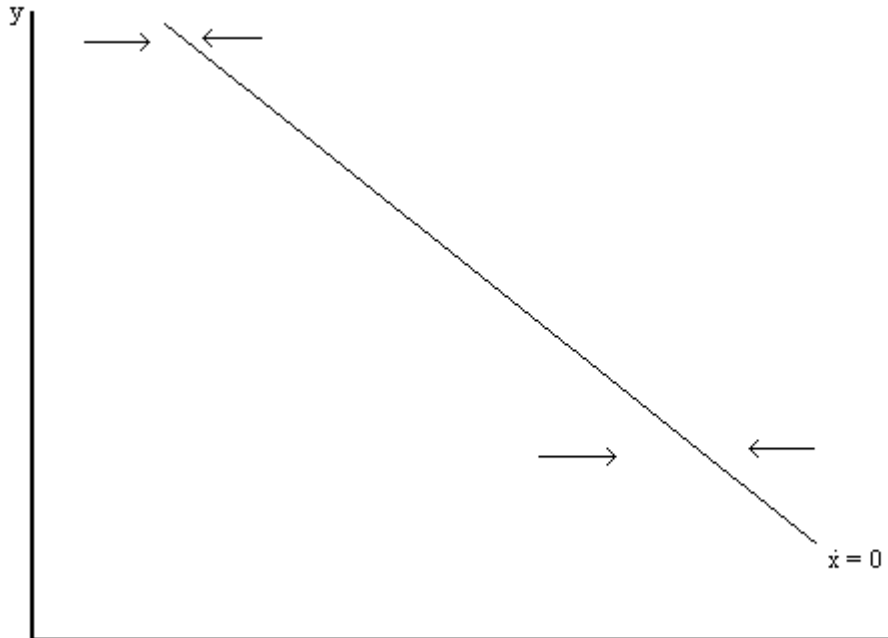


Figura A7. Diagrama de Fases: Equação  $\dot{x} = 0$

$$y < -\frac{a_{11}}{a_{12}} x - \frac{b_1}{a_{12}}$$

Por outro lado, quando  $\dot{x} < 0$ , tem-se:

$$y > -\frac{a_{11}}{a_{12}} x - \frac{b_1}{a_{12}}$$

As setas na Figura A7 mostram o que acontece com o movimento dos pontos fora da reta  $\dot{x} = 0$ .

Quando  $\dot{y} = 0$ , os valores de  $y$  e de  $x$  que correspondem a este lugar geométrico são dados por:

$$y = -\frac{a_{21}}{a_{22}} x - \frac{b_2}{a_{22}}$$

Se  $\dot{y} > 0$  a seguinte desigualdade verifica-se:

$$y < -\frac{a_{21}}{a_{22}} x - \frac{b_2}{a_{22}}$$

Por outro lado, quando  $\dot{y} < 0$ , tem-se a seguinte desigualdade:

$$y > -\frac{a_{21}}{a_{22}}x - \frac{b_2}{a_{22}}$$

As setas da Figura A8 mostram o que acontece com o movimento dos pontos fora da reta  $\dot{y} = 0$ .

Os gráficos das Figuras A7 e A8 podem ser combinados para analisar-se a estabilidade do sistema de equações, como indicado na figura A9.

As setas da Figura A9 indicam que a partir de qualquer ponto, como o ponto A, a dinâmica do sistema leva a convergência para o ponto E, que é um ponto de equilíbrio estável.

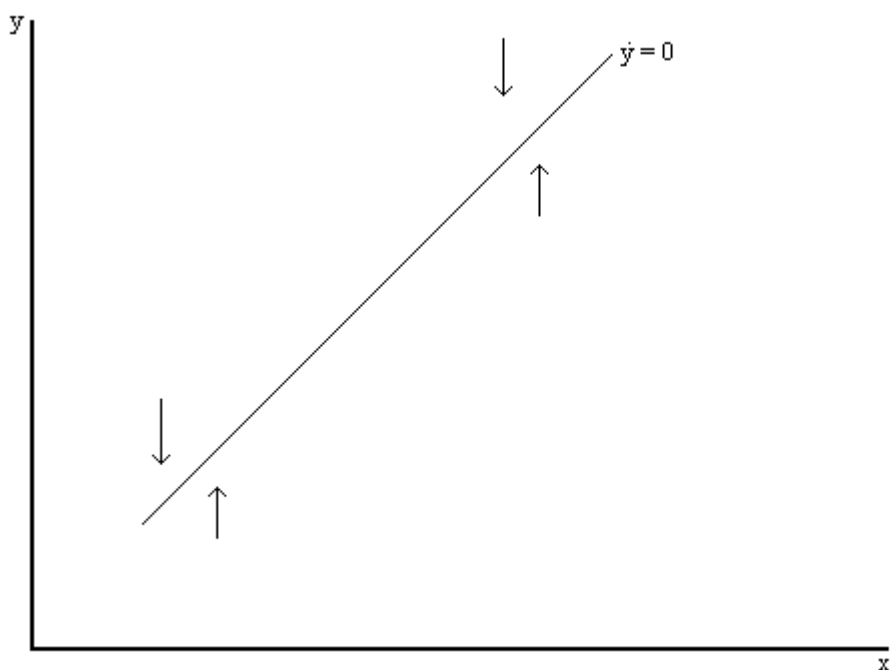


Figura A8 Diagrama de Fases: Equação  $\dot{y} = 0$

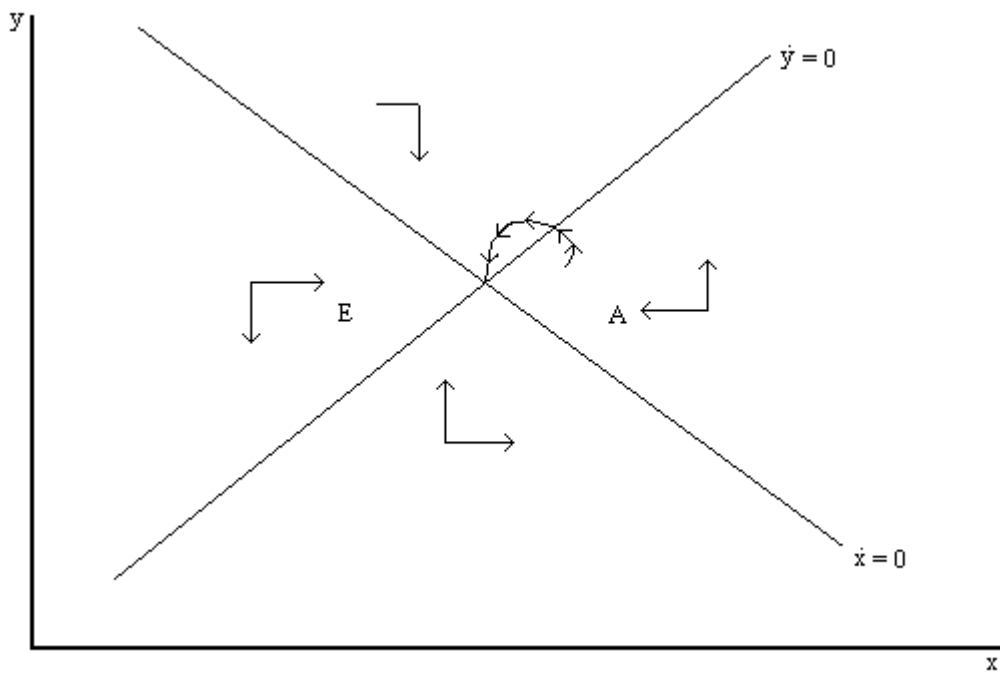


Figura A9. Diagrama de Fases e Análise de Estabilidade

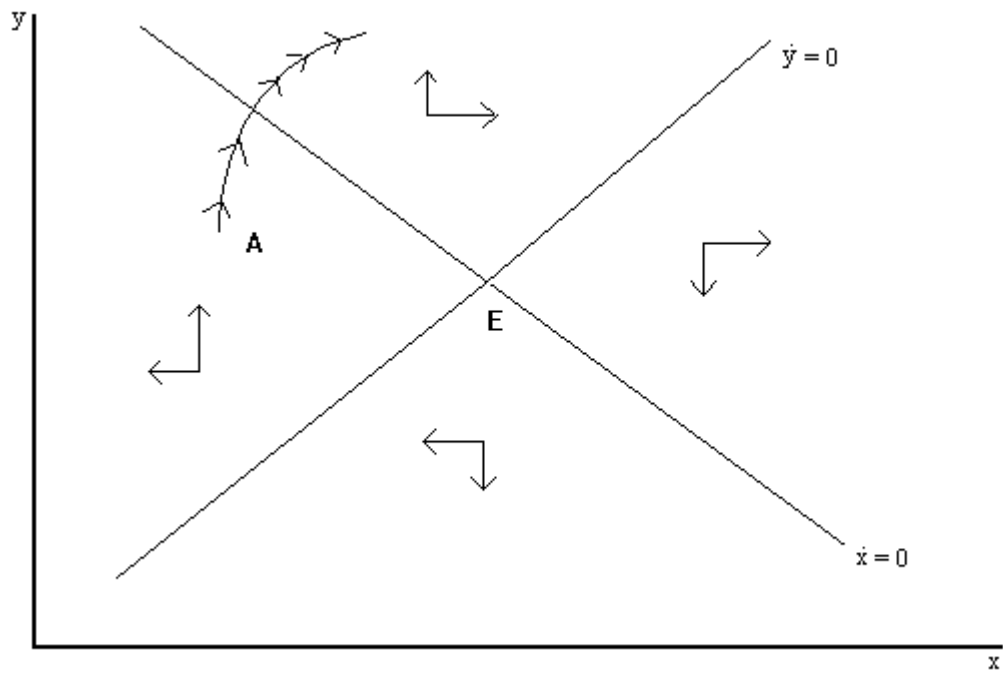


Figura A10. Diagrama de Fases: Sistema Instável

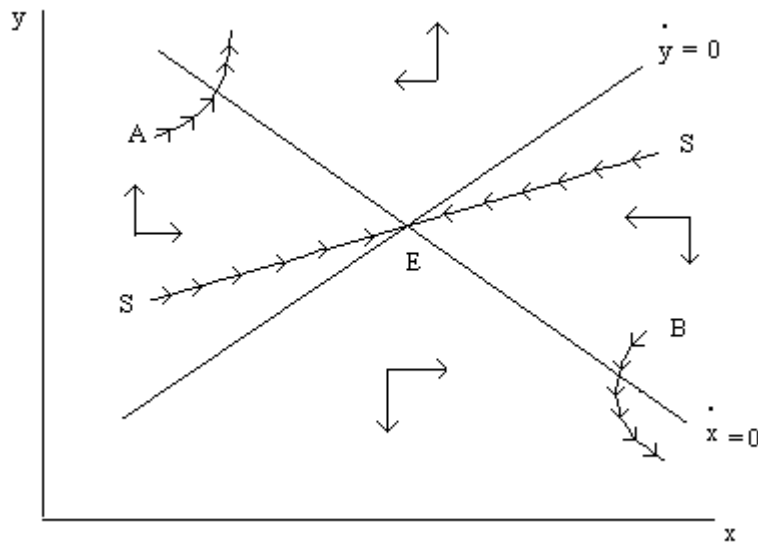


Figura A11. Diagrama de Fase: Ponto de Sela

II) Admita-se que  $a_{11} > 0$ ,  $a_{12} > 0$ ,  $a_{21} < 0$  e  $a_{22} > 0$ . O sistema é instável pois  $\text{tr}A > 0$ .

A Figura A10 mostra o diagrama de fases para este caso. O sistema é instável, pois partindo-se de qualquer ponto, como o ponto A, move-se para longe do ponto de equilíbrio E.

III) Suponha-se, agora, que  $a_{11} < 0$ ,  $a_{12} < 0$ ,  $a_{21} < 0$  e  $a_{22} > 0$ . O sistema é instável porque  $|A| < 0$  e o sinal do traço da matriz A é a priori, indeterminado,  $\text{tr}A \gtrless 0$ . A Figura A11 mostra o diagrama de fase para este exemplo. O sistema é instável, pois partindo-se de pontos como os pontos A e B move-se para longe da posição de equilíbrio (ponto E).

Observe-se que neste caso uma das raízes da equação  $\ddot{x} - (\text{tr}A)\dot{x} + |A|x = 0$  é positiva, enquanto que a outra é negativa, em virtude de  $r_1 r_2 = |A| < 0$ . Portanto, se o valor da constante associada à raiz positiva for nulo, o sistema converge para o ponto de equilíbrio E. Nestas circunstâncias denomina-se o ponto de equilíbrio de ponto de sela, existindo portanto, uma trajetória, representada na Figura A11 pela reta SS, que conduz o sistema ao equilíbrio.

## EXERCÍCIOS

1. Certo, Errado ou Talvez. Justifique a sua resposta.
  - a. Um deslocamento autônomo da função consumo que aumenta a poupança, diminui o nível de renda real da economia, tanto no curto como no longo prazo.
  - b. O crowding-out completo só ocorre quando a curva IS é horizontal ou quando a curva LM é vertical.
  - c. A velocidade-renda da moeda independe da política fiscal do governo.
  - d. Quando o mercado monetário ajusta-se instantaneamente, um aumento da oferta faz com que a taxa de juros também aumente.
  - e. O Banco Central pode fixar simultaneamente a taxa de juros e o estoque de moeda.
  - f. Quando a curva LM é horizontal, ou quando a curva IS é vertical, a curva de demanda agregada é vertical.
  - g. Um aumento dos gastos do governo aumenta a velocidade-renda da moeda.
  - h. Quando o ajustamento do mercado monetário é instantâneo, o aumento dos gastos do governo também aumenta instantaneamente a taxa de juros.
  - i. Uma diminuição da preferência pela liquidez reduz a taxa de juros no curto prazo.
  - j. Quando o governo aumenta seus gastos e os impostos no mesmo montante, a curva IS não desloca-se.
  - k. Quando a elasticidade-renda da moeda é igual a 1, a velocidade da moeda independe do nível de renda.
  - l. Quando o mercado monetário ajusta-se instantaneamente, o aumento dos impostos acarreta uma subida, no mesmo momento, da taxa de juros.
  - m. Quando o estoque de moeda aumenta, a renda nominal da economia sempre aumenta.
  - n. Quando a taxa de inflação diminui a renda real disponível aumenta.
  - o. Do ponto de vista da demanda efetiva o que interessa é o déficit não financeiro do governo, ou seja, o déficit que exclui o serviço da dívida pública, pois o pagamento de juros pelo governo representa apenas uma mera transferência de renda.
  - p. O Banco Central pode controlar diretamente o nível de liquidez real da economia.
  - q. A velocidade-renda da moeda varia sempre em sentido contrário, e na mesma proporção, da quantidade nominal de moeda.

r. Quando o investimento privado depende positivamente do nível de renda real, a curva IS é positivamente inclinada.

s. Quando a Curva LM é horizontal a curva de demanda agregada é horizontal.

2. Quando o estoque real de moeda ( $m = M/P$ ) é um argumento da função consumo (efeito Pigou) trace as curvas IS (equilíbrio no mercado de bens e serviços) e LM (equilíbrio no mercado monetário), com a taxa de juros no eixo vertical e o nível de preços no eixo horizontal. Indique, graficamente, o que acontece com estas curvas IS e LM quando: a) a quantidade de moeda aumenta; b) os gastos do governo diminuem; c) a renda real aumenta.

3. Considere o seguinte modelo:

Curva IS:  $y = c(y-t) + i(r) + g$

Curva LM:  $M = PL(y, r)$

onde  $y$  é o produto real,  $t$  é o nível de impostos,  $r$  é a taxa de juros,  $g$  é o nível de gastos do governo,  $M$  é a quantidade nominal de moeda,  $P$  é o nível de preços. Este modelo pode, por exemplo, ser fechado através das três seguintes hipóteses alternativas: a)  $P = \bar{P}$ , b)  $y = \bar{y}$ , e c)  $r = \bar{r}$ . Analise comparativamente, nas três hipóteses, o que acontece com as variáveis endógenas do modelo quando i) aumenta a quantidade nominal da moeda; ii) o governo reduz seus gastos.

Observação: Ilustre com gráficos sua análise.

4. A equação de demanda agregada da economia é dada por:

$$y_t = k + \alpha(m_t - p_t) + \beta(p_{t+1}^e - p_t) + \gamma f_t$$

onde  $k$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros,  $y_t$  é o índice de produto real,  $m_t$  é a quantidade nominal de moeda,  $p_t$  é o índice de preços,  $p_{t+1}^e$  é o índice de preços esperado para o período  $t+1$ , e  $f_t$  é uma variável de política fiscal. Suponha que: i)  $y_t = \bar{y}$ , ii)  $m_t = \bar{m}$ , iii)  $f_t = \bar{f}$  e iv) as previsões são perfeitas no sentido de que  $p_{t+1} = p_{t+1}^e$ .

O índice de preços de equilíbrio desta economia é estável ou instável?

Observação: Justifique sua resposta.

5. Considere o seguinte modelo:

$$m_t - p_t = \alpha + \beta y_t + \gamma(p_{t+1}^e - p_t) + \varepsilon_t$$

$$y_t = \bar{y} + \mu_t$$

$$m_t = \bar{m} + \eta_t$$

onde  $m$ ,  $p$ ,  $y$  são respectivamente, os logaritmos do estoque nominal da moeda, do nível de preços e da renda real. Os símbolos  $\varepsilon_t$ ,  $\mu_t$  e  $\eta_t$  representam variáveis aleatórias

com médias iguais a zero, variâncias constantes, não correlacionadas entre si e não apresentam correlação serial. Suponha que a forma de expectativa segue a hipótese de expectativas racionais. Isto é:

$$p_{t+1}^e = E(p_{t+1} / I_{t-1})$$

onde  $I_{t-1}$  é o conjunto de informações disponível no período t-1. Discuta as seguintes questões neste modelo: a) multiplicidade de soluções; b) estabilidade do modelo.

6. Considere o seguinte modelo:

$$\dot{p} = \alpha(d - y) \quad , \quad \alpha > 0$$

$$\dot{r} = \beta(L(y, r) - \frac{M}{P}) \quad , \quad \beta > 0$$

$$d = d(y, r) \quad , \quad \frac{\partial d}{\partial y} > 0 \quad , \quad \frac{\partial d}{\partial r} < 0$$

$$y = \bar{y}$$

onde p é o índice de preços, d é o nível de dispêndio, y é o produto real, r é a taxa de juros, M é o estoque nominal de moeda,  $\bar{y}$  é o produto potencial.

Análise o equilíbrio e a estabilidade deste modelo.

7. Considere o seguinte modelo:

$$\dot{p} = \beta(\frac{M}{p} - L(y, r)) \quad , \quad \beta > 0$$

$$\dot{r} = \alpha(i + g - t - s) \quad , \quad \alpha > 0$$

$$i = i(r) \quad , \quad \frac{\partial i}{\partial r} < 0$$

$$s = s(y) \quad , \quad \frac{\partial s}{\partial y} > 0$$

$$y = \bar{y}$$

onde p é o índice de preços, M é o estoque nominal de moeda, y é o produto real, r é a taxa de juros, i é o nível de investimento, g é a despesa do governo, t é a receita tributária, s é o nível de poupança,  $\bar{y}$  é o produto potencial.

Análise o equilíbrio e a estabilidade deste modelo.

8. Considere o seguinte modelo:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \alpha(d - y) , \alpha > 0 \\ \frac{M}{P} &= L(y, r) \\ d &= d(y, r) , \frac{\partial d}{\partial y} > 0 , \frac{\partial d}{\partial r} < 0 \\ M &= \bar{M} , P = \bar{P} \end{aligned}$$

onde  $y$  é o produto real,  $d$  é o nível de dispêndio,  $M$  é o estoque nominal de moeda,  $p$  é o índice de preços,  $r$  é a taxa de juros.

Analise o equilíbrio e a estabilidade deste modelo.

9. Considere o seguinte modelo:

$$\text{demanda agregada: } y = \alpha + \beta \log m + \gamma \pi^e , \beta > 0 , \gamma > 0$$

$$\text{expectativa adaptativa: } \dot{\pi}^e = \sigma(\pi - \pi^e) , \sigma > 0$$

$$\text{oferta agregada: } y = \bar{y}$$

onde  $y$  é o produto real,  $m = M/P$  é o estoque real de moeda,  $M$  é o estoque nominal de moeda,  $P$  é o índice de preços,  $\pi$  é a taxa de inflação,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $\bar{y}$  é o produto potencial.

Admita-se que a taxa de expansão monetária é constante:  $\mu = \frac{d \log M}{d t}$

Analise o equilíbrio e a estabilidade deste modelo.

10. Analise os procedimentos operacionais de política monetária na economia brasileira, antes e depois da criação do mercado aberto.

11. Certo, Errado ou Talvez. Justifique a sua resposta.

**a.** No modelo do mercado de trabalho de Friedman, na recessão os empregados não são demitidos. Eles é que pedem demissão.

**b.** A teoria macroeconômica moderna é incapaz de explicar o fenômeno da stagflação.

**c.** O efeito colateral de um programa de estabilização é a recessão.

**d.** No modelo de mercado de trabalho de Gray-Fischer, se os trabalhadores, ao invés das empresas, determinassem o volume de emprego, a Curva de Phillips teria uma inclinação contrária à usual.

12. Admita-se que o logaritmo do nível de produção ( $y_t$ ) e o logaritmo da quantidade de mão-de-obra ( $\eta_t$ ) estão ligados através da seguinte função de produção:

$$y_t = \alpha + \beta \eta_t + \omega_t , 0 < \beta < 1$$

onde  $\omega_t$  é um termo estocástico, com média zero e variância constante.

A equação de demanda de mão-de-obra é obtida igualando-se a produtividade marginal da mão-de-obra ao salário real.

A equação de oferta de mão-de-obra é dada por:

$$\omega_t - p_t = \gamma + \delta \eta^s t, \quad \delta > 0$$

onde  $\omega_t$  é o logaritmo do salário nominal e  $p_t$  é o logaritmo do nível de preços.

Neste modelo os contratos de trabalho especificarão o salário nominal de cada trabalhador no início do período de produção, de sorte a igualar a oferta e a demanda de mão-de-obra, levando-se em conta a informação disponível no início do período.

Suponha que o nível de emprego efetivamente observado é igual a uma média ponderada dos níveis de emprego dados pelas equações de demanda e oferta de mão-de-obra:

$$\eta_t = \theta \eta^d t + (1 - \theta) \eta_t^s, \quad 0 \leq \theta \leq 1$$

a) Deduza a Curva de Phillips deste modelo.

b) Analise, ilustrando graficamente os casos particulares em que  $\theta=0$  e  $\theta=1$ .

13. Considere o seguinte modelo:

$$\text{demanda agregada: } y = k + \alpha(m - p) + \beta \pi^e$$

$$\text{oferta agregada: } p = p^e + \delta(y - \bar{y})$$

onde  $y$ ,  $\bar{y}$ ,  $m$ ,  $p$  e  $p^e$  são, respectivamente, os logaritmos do nível de produto real, do produto potencial, da quantidade de moeda, do nível de preços e do nível de preços esperado. O símbolo  $\pi^e$  representa a taxa de inflação esperada.

Suponha que a economia está inicialmente em pleno emprego. Um choque de demanda (através do parâmetro  $k$  faz com que a economia entre em recessão ( $y < \bar{y}$ ).

Qual a trajetória cíclica do salário real, de acordo com os seguintes modelos do mercado de trabalho: a) Gray-Fischer; e b) Friedman.

14. Considere o seguinte modelo:

$$\text{demanda agregada: } y = k + \alpha(m - p) + \beta \pi^e + \gamma f$$

$$\text{oferta agregada: } \pi = \pi^e + \delta(y - \bar{y})$$

$$\text{expectativa adaptativa: } \frac{d \pi^e}{d t} = \theta(\pi - \pi^e)$$

onde  $k$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  e  $\theta$  são parâmetros,  $y$  é o nível de renda real,  $m$  é a quantidade nominal de moeda,  $p$  é o nível de preços,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $f$  é uma medida de política fiscal,  $\bar{y}$  é o produto real potencial, e  $\pi$  é a taxa de inflação.

Faça as hipóteses que julgar adequadas sobre o comportamento de  $m$ ,  $f$  e  $\bar{y}$ . Pedese:

a) O modelo é estável?

b) Quando  $\theta \rightarrow \infty$  como você resolveria o modelo?

15. Considere o seguinte modelo:

$$\text{demanda agregada: } y_t = k + \alpha(m_t - p_t) + \beta(p_t - p_{t-1})$$

$$\text{oferta agregada: } p_t = p_{t-1} + \delta(y_t - \bar{y})$$

onde  $y$ ,  $\bar{y}$ ,  $m$  e  $p$  são, respectivamente, os logaritmos do nível do produto real, do produto potencial, da quantidade de moeda e do nível de preços. Com base neste modelo, comente as seguintes proposições:

- A política monetária afeta o nível do produto real, tanto no curto como no longo prazo.
- O nível de preços, no curto prazo, independe da política monetária. Mas, no longo prazo é um fenômeno puramente monetário.

16. Considere o seguinte mecanismo de formação de expectativas:

$$y^e(t) = \int_{-\infty}^t \theta e^{(\phi - \theta)(t - \tau)} y(\tau) d\tau$$

onde  $\phi$  e  $\theta$  são parâmetros.

a) Mostre que:

$$\frac{d y^e(t)}{dt} = \theta(y(t) - y^e(t)) + \phi y^e(t)$$

ou usando uma notação mais simplificada:

$$\dot{y}^e = \theta(y - y^e) + \phi y^e$$

b) Quando  $y = y^e$ , qual a equação de  $y$ ?

17. No processo produtivo das empresas competitivas de uma economia existe uma defasagem entre a utilização de mão-de-obra e a obtenção do produto, de acordo com a seguinte função de produção:

$$Q_{t+1} = \gamma N_t^\alpha$$

onde  $\gamma$  e  $\alpha$  são parâmetros,  $Q$  representa o nível de produção e  $N$  o volume de emprego.

Admita-se também que: i) a empresa prevê corretamente o preço de venda do seu produto ( $P_{t+1}^e = P_{t+1}$ ); ii) o salário é recebido no próprio período  $t$ , e iii) a taxa de juros nominal é igual a  $r_t$ .

- A equação de demanda de mão-de-obra;
- A curva de Phillips do modelo quando a equação de oferta de mão-de-obra for dada por;

$$\omega - p^e = \beta + \gamma \eta^s$$

se o mercado de mão-de-obra estiver em equilíbrio:

$$\eta^d = \eta^s$$

Os símbolos têm o seguinte significado:  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros,  $\omega$  é o (logaritmo do) salário nominal,  $p^e$  é o (logaritmo do) nível de preços esperado e  $\eta$  é o (logaritmo do) nível de emprego.

18. Considere o seguinte modelo:

I) oferta agregada:  $y_t = \bar{y} + \delta(p_t - p_t^e)$

II) demanda agregada:  $y_t = k + \alpha(m_t - p_t) + \beta(p_{t+1}^e - p_t) + \gamma f_t$

onde  $y$ ,  $p$ ,  $p^e$ ,  $m$  e  $f$  são respectivamente, os logaritmos do produto real, do índice de preços, do índice de preços esperado, da quantidade nominal da moeda e de uma medida de política fiscal.

Analise o comportamento desta economia diante das seguintes circunstâncias: a) uma inovação financeira que reduz, numa única vez a quantidade demandada de moeda; b) um aumento no estoque nominal de moeda.

Observação: Faça a hipótese que quiser sobre a formação de expectativas. Na sua resposta indique a dinâmica de ajustamento das seguintes variáveis: produto real, nível de preços, taxa de juros e liquidez real da economia.

19. Considere o seguinte modelo:

$$m_t + v = p_t + y_t + \varepsilon_t$$

$$p_t = p_t^e + \delta(y_t - \bar{y}) + \mu_t$$

$$m_t = m_{t-1} + \eta_t$$

$$p_t^e = E(p_t / I_{t-1})$$

Os símbolos representam as seguintes variáveis:  $m_t$  e o estoque de moeda,  $p_t$  o nível de preços,  $y_t$  o nível de renda, todos em logaritmo,  $v$  e  $\delta$  são parâmetros,  $\varepsilon_t$ ,  $\mu_t$  e  $\eta_t$  são variáveis aleatórias com médias iguais a zero, variâncias constantes, e não correlacionadas entre si,  $p_t^e$  é a esperança matemática de  $p_t$ , condicionada pela informação disponível no momento  $t-1$ .

- Qual o efeito da política monetária antecipada sobre os níveis de renda e de preços?
- Qual o efeito da política monetária não antecipada sobre os níveis de renda e de preços?
- Ilustre as duas respostas anteriores com gráficos.

20. No modelo da questão anterior suponha que a curva de oferta agregada seja dada por:

$$p_t = \Phi p_{t-1} + (1-\Phi) p_t^e + \beta(y_t - \bar{y}) + u_t$$

e as demais equações (a primeira, a terceira e a quarta) não se alterem. Responda as mesmas perguntas da questão anterior com este novo modelo.

21. Modigliani em seu artigo "The Monetarist Controversy, or Should We Forsake Stabilization Policies" afirma que: "...the instability (of the economy) could be readily counteracted by appropriate stabilization policies". Ilustre esta proposição com auxílio de dois exemplos, isto é, suponha dois tipos de instabilidade na economia e sugira políticas de estabilização capazes de contrabalançar esses choques.

22. Comente a seguinte afirmação de Friedman: "In my opinion, no fundamental issues in either monetary theory or monetary policy hinge on whether the estimate elasticity (of the demand for money with respect to the interest rate) can for most purpose be approximated by zero or is better approximated by -0,1 or -0,5 or -2,0, provided it is seldom capable of being approximated by -".

23. Considere o seguinte modelo:

$$\text{oferta agregada: } \pi_t = \pi_{t-1} + \alpha(y_t - \bar{y}) + \beta c_t$$

$$\text{demanda agregada: } y_t = y_{t-1} + \mu_t - \pi_t$$

onde  $\pi_t$ ,  $y_t$ ,  $\mu_t$  e  $c_t$  são, respectivamente, a taxa de inflação, o (logaritmo do) produto real, a taxa de crescimento da oferta monetária e o choque de oferta no  $t$ -ésimo período;  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros e  $\bar{y}$  é o (logaritmo do) produto potencial. Comente a seguinte afirmação: "A inflação neste modelo é puramente inercial porque se  $y_t = \bar{y}$  e  $c_t = 0$ , tem-se que  $\pi_t = \pi_{t-1}$ ".

24. Considere o seguinte modelo:

$$y_t = \bar{y} + \theta(\pi_t - \pi_t^e)$$

$$y_t = y_{t-1} + \mu_t - \pi_t$$

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}$$

onde  $y_t$  é o produto real da economia no período  $t$ ,  $\bar{y}$  é o produto potencial,  $\pi_t$  é a taxa de inflação,  $\mu_t$  é a taxa de crescimento da oferta monetária,  $\pi_t^e$  é a taxa de inflação esperada para o período  $t$ , no instante  $t-1$ . Suponha que o parâmetro  $\theta$  é igual a 1, e que a economia está inicialmente operando a pleno emprego com taxas de inflação e de crescimento da oferta monetária iguais a 10%. A partir de determinado instante a oferta monetária passa a crescer a uma taxa de 20% por período.

a) Que acontece com o produto real, no curto prazo e no longo prazo?

b) Que acontece com a taxa de inflação no curto prazo e no longo prazo?

25. No modelo da questão anterior suponha que a taxa de inflação esperada é igual à taxa de inflação observada. Responda os itens a) e b) da questão precedente nestas circunstâncias.

26. Considere o seguinte modelo:

demanda agregada:  $y_t = y_t^e + y_{t-1}$

oferta agregada:  $\pi_t = \pi_{t-1} + \alpha(y_t - \bar{y}) + \beta C_t$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ ,

onde  $\pi_t$  é a taxa de inflação,  $\mu_t$  é a taxa de crescimento da oferta monetária,  $y_t$  é o logaritmo do produto real,  $C_t$  representa choque de oferta,  $\bar{y}$  é o logaritmo do produto potencial, e  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros.

- Qual o coeficiente de realimentação, ou componente inercial, da taxa de inflação nessa economia?
- Responda a questão anterior nos casos limites em que o parâmetro  $\alpha=0$  e  $\alpha \rightarrow \infty$ .
- Qual o efeito dos choques de oferta sobre o nível do produto e a taxa de inflação?
- Suponha que a política monetária seja passiva e siga a seguinte regra:  $\mu_t = \pi_{t-1}$ . Qual o coeficiente de realimentação da taxa de inflação nessas circunstâncias?
- Análise a estabilidade do modelo quando a política monetária é ativa e quando ela é passiva.

27. Considere o seguinte modelo:

oferta agregada:  $\pi = \pi_t^e + \alpha(y_t - \bar{y}) + \beta c_t$

demanda agregada:  $y_t = y_t^e + y_{t-1}$

formação de expectativa:  $\pi_t^e = \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} \pi_{t-1}$

onde  $\pi_t$  é a taxa de inflação,  $\pi_t^e$  é a taxa de inflação esperada,  $y_t$  é o nível do produto real,  $\bar{y}$  é o nível do produto potencial,  $c_t$  representa um choque de oferta,  $\mu_t$  é a taxa de crescimento da oferta monetária,  $L$  é o operador de defasagem ( $LX_t = X_{t-1}$ ),  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\lambda$ , são parâmetros positivos.

- A componente inercial da taxa de inflação;
- Admitindo-se que a política monetária siga a equação  $\mu_t = \mu_{t-1} + \theta$ , i) qual a componente inercial da taxa de inflação, e ii) qual o nível do produto real no longo prazo?

28. Considere o seguinte modelo

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_t = \pi_t^e + \alpha(y_t - \bar{y}) + \varepsilon_t \\ \pi_t = \mu_t + y_t - y_{t-1} + v \\ \pi_t^e = E(\pi_t / I_{t-1}) \\ \mu_t = \mu_{t-1} + \theta + \eta_t \end{array} \right.$$

onde os símbolos representam as mesmas variáveis da questão anterior;  $\varepsilon_t$ ,  $v_t$  e  $\eta_t$  são termos estocásticos com médias iguais a zero, variâncias constantes e não correlacionadas entre si. O símbolo E representa a esperança matemática.

- a) Qual o efeito da política monetária antecipada sobre a taxa de inflação e o nível do produto real?
- c) Assinale as principais diferenças, quanto às implicações, entre este modelo e o modelo da questão anterior.

29. Admita-se que, em virtude de um Pacto Social, a taxa de inflação na economia passe a ser descrita através da seguinte equação:

$$\pi_t = \alpha \pi_{t-1} + \beta(y_t - \bar{y})$$

onde  $\alpha$  é o redutor da inflação ( $0 < \alpha < 1$ ), aplicado nos setores oligopolísticos e de preços administrados (setor público). O coeficiente  $\beta$  mede o efeito sobre a taxa de inflação das condições de mercado naqueles setores (competitivos), que por sua natureza, não têm condições de remarcar os preços de acordo com o Pacto.

Para simplificar, suponha que a demanda agregada da economia é dada pela equação.

$$t = t + y_t - y_{t-1}$$

- a) Suponha que a política monetária não entre no Pacto e que a taxa de expansão da base monetária independa da inflação passada. Para onde convergirá a taxa de inflação?
- b) Suponha que a política monetária faça parte do Pacto, e que o mesmo redutor da taxa de inflação seja aplicado na condução da política monetária. Para simplificar, suponha  $\mu_t = \alpha \pi_{t-1}$ . Para onde convergirá a taxa de inflação?

30. Considere o seguinte modelo

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Curva IS: } y = a_0 - a_1(r - \pi^e) + a_2 f \\ \text{Curva LM: } m - p = b_0 - b_1 r + b_2 y \\ \text{Curva de Oferta de Lucas: } p = p^e + \delta(y - \bar{y}) \end{array} \right.$$

Admita-se que a política monetária do governo é conduzida de sorte a controlar a taxa de juros nominal  $r$ . As variáveis endógenas do modelo são: o produto real ( $y$ ), o estoque de moeda ( $m$ ) e o nível de preços ( $p$ ). As variáveis esperadas do modelo o nível de preços esperados ( $p^e$ ) e a taxa de inflação esperada ( $\pi^e$ ) são exógenas.

Analise o equilíbrio do modelo.

31. Analise o equilíbrio e a dinâmica de uma economia quando submetida a choques de demanda, em virtude de mudanças nas políticas monetária e fiscal, e a choques de oferta, quando ela for descrita por cada um dos seguintes modelos:

a) Modelo A:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = k + \alpha(m - p) + \beta\pi + \gamma f \\ \frac{d\pi}{dt} = \delta(y - \bar{y}) \end{array} \right.$$

b) Modelo B:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = k + \alpha(m - p) + \beta\pi + \gamma f \\ \frac{d\pi}{dt} = \theta(\mu - \pi) + \delta(y - \bar{y}) \end{array} \right.$$

c) Modelo C:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = k + \alpha(m - p) + \beta\pi^e + \gamma f + \lambda(\mu - \pi) \\ \pi = \pi^e + \delta(y - \bar{y}) \\ \frac{d\pi^e}{dt} = \theta(\pi - \pi^e) \end{array} \right.$$

32. Considere o seguinte modelo:

demanda agregada:  $y = k + \alpha \log m + \beta \pi^e$

curva de Phillips:  $\pi = \pi^e + \delta(y - \bar{y})$

expectativa adaptativa:  $\dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e)$

onde  $y$  é o (logaritmo do) produto real,  $m$  é o encaixe real ( $m=M/P$ ),  $\pi$  é a taxa de inflação,  $(\pi = \frac{d \log P}{dt})$ ,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $K$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  e  $\theta$  são parâmetros,

$$\dot{\pi}^e = \frac{d\pi^e}{dt}.$$

Admita que  $\theta \rightarrow \infty$ . Analise o equilíbrio e a dinâmica do modelo, supondo que a taxa de crescimento do estoque de moeda ( $\mu$ ) é constante, isto é:

$$\frac{\dot{m}}{m} = \mu - \pi$$

onde:

$$\dot{m} = m\mu - m\pi = m(\mu - \pi)$$

Sugestão: transformar o problema numa equação diferencial (não linear) de primeira ordem, na variável  $m$ .

33. Considere o seguinte modelo:

$$\text{demanda de moeda: } \log m^d = -e, e > 0$$

$$\text{ajustamento do mercado monetário: } \frac{d}{dt} \log m = \varnothing (\log m^d - \log m), \varnothing > 0$$

$$\text{expectativa adaptativa: } \dot{\pi}^e = \theta (\pi - \pi^e), \theta > 0$$

onde:  $m^d$  é o encaixe real desejado,  $m$  é o encaixe real efetivo,  $\pi$  é a taxa de inflação,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada, e  $\alpha$ ,  $\varnothing$  e  $\theta$  são parâmetros positivos.

Analise este modelo, supondo que a taxa de crescimento do estoque nominal de moeda é constante, nas seguintes circunstâncias:

- $\varnothing \rightarrow \infty, \theta > 0$ ;
- $\varnothing > 0$  e  $\theta > 0$  (finitos)
- $\theta \rightarrow \infty, \varnothing > 0$ .

34. Considere o seguinte modelo:

$$\dot{y} = \varnothing (d - y)$$

$$\pi = \pi^e + \delta (y - \bar{y})$$

$$\dot{\pi}^e = \theta (\pi - \pi^e)$$

$$d = d(y, \pi^e), \frac{\partial d}{\partial y} > 0 \text{ e } \frac{\partial d}{\partial \pi^e} > 0$$

onde  $y$  é o nível do produto real,  $\bar{y}$  é o nível do produto potencial,  $d$  é o nível de dispêndio,  $\pi$  é a taxa de inflação,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $\phi$ ,  $\delta$  e  $\theta$  são parâmetros positivos.

Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo.

35. Considere o seguinte modelo:

$$\begin{aligned}\pi &= \pi^e + \phi(d - y) \\ \dot{y} &= \psi(\bar{y} - y) \\ \dot{\pi}^e &= \theta(\pi - \pi^e) \\ d &= d(y, \pi^e), \frac{\partial d}{\partial y} > 0, \frac{\partial d}{\partial \pi^e} > 0\end{aligned}$$

onde os símbolos têm o mesmo significado do exercício anterior, e  $\phi$ ,  $\psi$  e  $\theta$  são parâmetros positivos.

Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo.

36. O mecanismo de expectativa adaptativa é definido por:

$$\pi^e(t) = \int_{-\infty}^t \omega(t - \tau) \pi(\tau) d\tau$$

onde os pesos  $\omega(t - \tau)$  são dados por:

$$\omega(t - \tau) = \theta e^{-\theta(t - \tau)}, \theta > 0$$

Mostre que:

$$\dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e)$$

37. A curva de Phillips de uma economia é dada por:

$$\dot{\pi} = \delta(y - \bar{y}), \delta > 0$$

onde  $y$  é o produto real, e  $\bar{y}$  é o produto potencial.

Pode-se afirmar que o custo social de um programa de estabilização (que reduza a taxa de inflação) independe do parâmetro  $\delta$ .

38. Considere o seguinte modelo:

$$\begin{aligned}\text{curva LM: } m - p &= \alpha_0 + \alpha_1 y - \alpha_2 r \\ \text{curva IS } y &= \beta_0 - \beta_1(r - \pi^e) \\ \text{curva de Phillips: } \pi &= \pi^e + \delta(y - \bar{y}) \\ \text{expectativa adaptativa: } \dot{\pi}^e &= \theta(\pi - \pi^e)\end{aligned}$$

A política monetária é conduzida de sorte a manter constante a taxa de juros nominal. Isto é:

$$r = \bar{r}$$

Analise a estabilidade deste modelo.

39. Considere o seguinte modelo:

$$d = \alpha_0 + \alpha_1 y - \alpha_2 (R - \pi^e) + \alpha_3 f$$

$$\dot{y} = \phi(d - y)$$

$$m - p = \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 r$$

$$\dot{R} = R - r$$

onde:

d = dispêndio real

y = produto real

R = taxa de juros de longo prazo

e = taxa de inflação esperada

f = variável de política fiscal ( gastos do governo)

m = logaritmo da quantidade nominal de moeda

p = logaritmo do índice de preços

r = taxa de juros de curto prazo

a) Qual o efeito sobre o produto real, do aumento dos gastos do governo?

b) Qual o efeito sobre o produto real, do aumento da quantidade de moeda?

40. Uma das principais características qualitativas do ciclo econômico são as relações entre os movimentos de diferentes séries econômicas temporais. Entre estas relações constata-se o fato de que os preços geralmente são procíclicos.

Como a teoria macroeconômica explica esta regularidade empírica?

Observação: Ilustre graficamente a sua resposta.

41. Considere o seguinte modelo:

$$\text{demanda agregada: } y_t = k + \alpha(m_t - p_t) + \beta(p_{t+1}^e - p_t)$$

$$\text{oferta agregada: } y_t = \bar{y} + \delta(p_t - p_t^e)$$

$$\text{expectativas: } p_t^e = p_{t-1} + \phi(p_{t-1} - p_{t-2})$$

$$p_{t+1}^e = p_t + \phi(p_t - p_{t-1})$$

Os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  e  $\phi$ , são positivos. Os demais símbolos têm o seguinte significado: y é o (logaritmo do) produto real; m é o (logaritmo do) estoque nominal de moeda; p é o (logaritmo do) índice de preços;  $p^e$  é o (logaritmo do) índice de preços esperado;  $\bar{y}$  é o (logaritmo do) produto potencial.

a) Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo.

b) Neste modelo é possível desenhar uma política monetária que afete, no longo prazo, o produto real?

42. Considere o seguinte modelo:

demanda agregada:  $y = k + \alpha(m - p) + \beta\pi^e + \gamma f$

Curva de Phillips:  $\dot{\pi} = \delta(y - \bar{y})$

expectativa:  $\pi^e = \pi$

onde  $y$  é o (logaritmo do) produto real,  $m$  é o (logaritmo do) estoque de moeda,  $p$  é o (logaritmo do) índice de preços,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $f$  é uma variável de política fiscal,  $\pi$  é a taxa de inflação e  $\bar{y}$  é o (logaritmo do) produto potencial,  $k$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$ , são parâmetros.

Analise a dinâmica deste modelo.

43. Certo ou Errado. Justifique a sua resposta.

- a) A Curva de Phillips de Lucas é vertical tanto no curto como no longo prazo.
- b) No caso de expectativas adaptativas a moeda não é neutra tanto no curto como no longo prazo.
- c) Quando as expectativas são racionais a política monetária antecipada não afeta o produto real.

44. Friedman, em seu artigo "The Role of Monetary Policy" afirma: "From the infinite world of negation, I have selected two limitations of monetary policy to discuss: (1) It cannot peg interest rates for more than very limited periods; (2) It cannot peg the rate of unemployment for more than very limited periods".

Comente estas proposições, justificando a sua resposta.

45. Considere o seguinte modelo:

$$\begin{cases} \dot{\pi} = \alpha(y - \bar{y}) + \beta(\mu - \pi) \\ \dot{y} = \gamma(\mu - \pi) \end{cases}$$

onde  $\pi$  é a taxa de inflação,  $\dot{\pi} = d\pi/dt$ ,  $y$  é o produto real,  $\bar{y}$  é o produto potencial suposto constante,  $\mu$  é a taxa de expansão monetária controlada pelo Banco Central,  $\dot{y} = dy/dt$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros positivos.

Este modelo é estável?

46. Considere o seguinte modelo:

demanda agregada:  $y = k + \alpha(m - p) + \beta\pi^e + \gamma f$

Curva de Phillips:  $\pi = \pi^e + \delta(y - \bar{y})$

expectativa:  $\pi^e = \phi\pi^j + (1 - \phi)\pi$

componente inercial:  $\dot{\pi}^j = \theta(\pi - \pi^j)$  ,  $\dot{\pi}^j = d\pi^j/dt$ ,

onde  $k, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta$  são parâmetros,  $y$  é o (logaritmo do) produto real,  $m$  é o (logaritmo do) estoque nominal de moeda,  $p$  é o (logaritmo do) índice de preços,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $f$  é uma medida de política fiscal,  $\bar{y}$  é o (logaritmo do) produto potencial,  $\pi^i$  é o componente inercial da inflação.

Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo supondo que o estoque nominal de moeda cresce a uma taxa constante. Ilustre sua resposta com auxílio de diagrama de fase no plano  $\pi$  (eixo vertical),  $y$  (eixo horizontal).

47. Considere uma curva de Phillips à la Calvo, dada por:

$$\dot{\pi} = \alpha(y - \bar{y}), \alpha > 0$$

onde  $\pi$  é a taxa de inflação,  $y$  é o (logaritmo do) produto real,  $\bar{y}$  é o (logaritmo do) potencial.

A curva IS da economia é dada por:

$$y = \beta - \gamma(r - \pi), \beta > 0, \gamma > 0$$

onde  $r$  é a taxa de juros nominal.

A curva LM tem a seguinte especificação:

$$m - p = \delta y - \phi r$$

onde  $m$  é o (logaritmo do) estoque nominal de moeda, e  $p$  é o (logaritmo do) índice de preços.

O Banco Central fixa a taxa de juros:

$$r = \bar{r}$$

a) Analise a estabilidade do modelo.

b) Que acontece quando o Banco Central aumenta a taxa de juros nominal?

48. Considere o seguinte modelo:

$$\text{Curva de Phillips: } \pi = \pi^e + \alpha(y - \bar{y})$$

$$\text{Expectativa Adaptativa: } \dot{\pi}^e = \sigma(\pi - \pi^e)$$

onde  $\pi$  é a taxa de inflação,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $y$  é o nível do produto real,  $\bar{y}$  é o produto potencial,  $\dot{\pi}^e = d\pi^e / dt$ ,  $\alpha$  e  $\sigma$  são parâmetros positivos.

Explique porque neste modelo a redução da inflação é feita com recessão.

49. Considere o seguinte modelo:

$$\dot{\pi} = \alpha(y - \bar{y})$$

$$\dot{y} = k - \beta y + \gamma \pi$$

Os símbolos têm o seguinte significado:  $\pi$  = taxa de inflação,  $y$  = produto real,  $\bar{y}$  = produto potencial,  $\dot{\pi} = d\pi/dt$ ,  $\dot{y} = dy/dt$ .

Analise o equilíbrio e a estabilidade deste modelo.

50. Considere o seguinte modelo:

$$\begin{cases} m_t + v = p_t + y_t + \varepsilon_t \\ p_t = p_t^e + \delta(y_t - \bar{y})\mu_t \end{cases}$$

onde  $m$  é o estoque nominal de moeda,  $v$  é a velocidade-renda da moeda,  $p$  é o índice de preços,  $y$  é o produto real,  $p^e$  é o índice de preços esperado,  $\bar{y}$  é produto potencial (As variáveis  $p$ ,  $p^e$ ,  $m$ ,  $v$ ,  $y$  e  $\bar{y}$  estão em logaritmos);  $\varepsilon_t$  e  $\mu_t$  são variáveis aleatórias com médias iguais a zero, variáveis constantes, correlação serial nula.

- Qual o efeito sobre o produto real de um aumento antecipado da quantidade de moeda?
- Qual o efeito sobre o produto real de um aumento não antecipado da quantidade de moeda?

51. Admita que o déficit público é financiado apenas por títulos públicos de acordo com:

$$F + rB = \dot{B}$$

onde  $F$  é o déficit primário,  $rB$  é o serviço da dívida  $\dot{B} (= \frac{dB}{dt})$  é a nova emissão de títulos públicos. Suponha que a taxa de juros real ( $r - \pi$ ) é constante.

Analise o equilíbrio e a estabilidade do modelo, nas seguintes circunstâncias:

- produto real constante;
- produto real crescendo a uma taxa constante.

52. Considere o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{x} = f - xy \\ \dot{y} = k - \lambda \ln x - \phi y \end{cases}$$

- Analise a multiplicidade de equilíbrio deste modelo.
- Admitindo-se equilíbrio múltiplo, analise a estabilidade do modelo.

53. Considere o seguinte modelo:

$$y = k + \alpha \log m + \beta \pi^e + \gamma t$$

$$f = \frac{G-T}{P} = \frac{dM}{dt} \frac{1}{P} = \frac{\dot{M}}{P}$$

$$\pi = \pi^e + \delta(y - \bar{y})$$

$$\dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e)$$

onde:

y = produto real

m = encaixe real (=M/P)

$\pi^e$  = taxa de inflação esperada

f = déficit público real

P = índice de preços

= taxa de inflação

$\bar{y}$  = produto potencial

a) Analise este modelo, mostrando se ele é possível de gerar:

I) taxas de inflação estáveis;

II) processos hiperinflacionários.

b) O que acontece neste modelo quando o déficit público real (f) aumenta?

54. Considere o seguinte modelo:

I) demanda de moeda:

$$m = \alpha - \beta \pi^e, \quad \alpha > 0, \beta > 0, m \leq \bar{m}$$

II) déficit público financiado por moeda:

$$f = \frac{dM}{dt} \frac{1}{P}, \quad f = \text{constante}$$

III) formação de expectativas:

$$\dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e)$$

onde os símbolos têm o seguinte significado: m é a quantidade real de moeda (m = M/P),  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada, M é o estoque nominal de moeda, P é o índice de preços e  $\pi$  é a taxa de inflação.

a) Analise a dinâmica e o equilíbrio deste modelo;

b) Repita o item a), quando  $\theta \rightarrow \infty$ ;

c) Qual a taxa de inflação que maximiza a receita do imposto inflacionário?

55. A equação de demanda de moeda é dada por:

$$m = \alpha + \frac{\beta}{\pi^e}, \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

onde  $m = \frac{M}{P}$  e  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada.

A taxa de inflação esperada é dada pelo mecanismo de expectativa adaptativa:

$$\dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e)$$

O déficit público é financiado pela emissão de moeda:

$$G - T = \frac{dM}{dt}$$

e o déficit público real é constante:

$$\frac{G - T}{P} = f$$

- a) É possível a ocorrência de hiperinflação neste modelo?
- b) Qual o formato da curva de Leffer deste modelo?

56. A equação de demanda de moeda é dada por:

$$m(\varphi + \pi) = k$$

onde  $m$  é o encaixe real de moeda ( $m = M/P$ ,  $M$  é o estoque nominal de moeda e  $P$  o índice de preços),  $\varphi$  é a taxa de juros real,  $\pi$  é a taxa de inflação ( $\pi = d \log P / dt$ ) e  $k$  é uma constante.

- a) Mostre através de um gráfico como o imposto inflacionário varia com a taxa de inflação.
- b) A elasticidade da demanda de moeda com relação à taxa de inflação é sempre menor que um?

57. O déficit público do governo é financiado através da colocação de títulos de acordo com:

$$\frac{G - T}{Y} + r \frac{B}{Y} = \frac{dB}{dt} \frac{1}{Y}$$

onde  $G$  representa os gastos do governo,  $T$  a arrecadação tributária,  $B$  o estoque de títulos públicos,  $Y$  o produto nominal,  $r$  a taxa de juros nominal. Prove que se a taxa de juros real for menor do que a taxa de crescimento do produto real, a razão  $B/Y$  converge para um valor estacionário.

58. Suponha que o estoque da dívida pública no período  $t$ ,  $B_t$ , está relacionado com os impostos ( $T$ ) e os gastos do governo ( $G$ ) de acordo com:

$$B_t = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{T_{t+1} - G_{t+1}}{(1+r)^t}$$

e que o valor presente do fluxo de rendimentos do indivíduo é dado por:

$$A_t = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{Y_{t+1} - T_{t+1}}{(1+r)^t}$$

Para uma dada trajetória de gastos do governo  $\{G_{t+1}, G_{t+2}, G_{t+3}, \dots\}$ , a trajetória dos impostos  $\{T_{t+1}, T_{t+2}, T_{t+3}, \dots\}$  afeta as decisões de consumo deste indivíduo?

59. O governo financia o déficit público emitindo moeda de acordo com:

$$G - T = \frac{dM}{dt}$$

A equação de demanda de moeda é dada por;

$$\log m = k + \frac{\alpha}{\pi^e}$$

onde  $m = M/P$ ,  $M$  é o estoque de moeda e  $P$  é o nível de preços,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada.

Admita previsão perfeita:  $\pi^e = \pi$

- É possível a ocorrência de hiperinflação neste modelo?
- A curva do imposto inflacionário ( $m\pi$ ) em função da taxa de inflação.

60. No modelo de Cagan, em que a equação de demanda de moeda é especificada por,

$$\log m = \alpha - \beta^e$$

onde  $m = M/P$  é o encaixe real,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada e  $\log$  é o logaritmo na base natural, pede-se:

- Em equilíbrio, quando  $\pi^e = \pi =$  taxa de inflação observada, qual o imposto inflacionário máximo que o governo pode arrecadar?
- Levando-se em conta a transição para o equilíbrio, qual o imposto máximo que o governo pode arrecadar?
- Quando existem dois pontos de equilíbrio, para um dado déficit fiscal a ser financiado, a elasticidade da quantidade demandada de moeda com relação à taxa de inflação esperada é maior ou menor do que um no ponto de inflação alta?
- Comente a seguinte proposição: "Nos países que sofreram um processo inflacionário a elasticidade da quantidade demandada de moeda com relação à taxa de inflação esperada é menor do que um em valor absoluto. Logo, o modelo de Cagan é irrelevante para explicar o que está acontecendo".
- Suponha que o déficit público real a ser financiado pelo imposto inflacionário diminui quando a inflação esperada aumenta,

$$f = f(\pi^e), f' < 0$$

Analise o modelo de Cagan nestas circunstâncias.

Observação: Faça as hipóteses que julgar adequadas para responder os itens desta questão.

61. Suponha uma economia descrita pela seguinte equação diferencial

$$\dot{\pi} = F(\pi, m, \alpha)$$

onde  $\pi = d \log P/dt$  é a taxa de inflação,  $P$  é o índice de preços e  $m$  o nível de liquidez real ( $m = M/P$ , onde  $M$  é o estoque de moeda) e  $\alpha$  é um vetor de parâmetros de economia.

Admita dois regimes de política econômica. No regime monetário, a política monetária é ativa:

$$\dot{m} = m(\mu - \pi)$$

No regime fiscal a política monetária é passiva:

$$\dot{m} = f - m\pi$$

onde  $\mu$  é a taxa de expansão do estoque de moeda ( $\mu = d \log M/dt$ ) e  $f$  é o déficit público real.

- Especifique uma função  $F$  para a equação de  $\dot{\pi}$ , indicando as hipóteses que você adotou na especificação.
- Analise a dinâmica da economia para cada um dos regimes de política econômica.
- O que acontece no modelo quando o déficit real ( $f$ ) diminui?
- O que acontece no modelo quando a taxa de expansão monetária ( $\mu$ ) diminui?

62. Numa economia em que o Banco Central financia o Tesouro emitindo moeda,

$$f = \frac{G - T}{P} = \frac{dM}{dt} \frac{1}{P}$$

com o déficit público real  $f$  mantido constante, a equação de demanda de moeda é dada por:

$$m = \alpha(\pi^e)^{-\beta}, \alpha > 0, 0 < \beta < 1$$

onde  $m = M/P$  é o nível de liquidez real, e  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada. Admita-se que a previsão é perfeita ( $\pi^e = \pi$ ).

- Analise a dinâmica deste modelo;
- Como varia o imposto inflacionário com a taxa de inflação?

63. Considere o seguinte modelo:

$$Y = F(K, L); F(\lambda K, \lambda L) = \lambda Y$$

$$S = sY$$

$$Y = C + I$$

$$I = \dot{K}$$

$$L = L_0 e^{mt}$$

onde  $Y$  é o nível de produção,  $K$  é o estoque de capital,  $L$  é o estoque de mão-de-obra,  $S$  é a poupança,  $C$  é o nível de consumo,  $I$  é o nível de investimento,  $\dot{K} = \frac{dK}{dt}$  e  $n$  é a taxa de crescimento instantânea da mão-de-obra.

- o nível de equilíbrio da relação capital/mão-de-obra;
- quando a taxa de poupança aumenta, o nível de produto de equilíbrio aumenta?
- quando a taxa de poupança aumenta, a taxa de crescimento do produto real aumenta?

64. Considere o seguinte problema de controle ótimo:

$$\text{minimizar} \quad \int_0^T e^{-\rho t} [(y - \bar{y})^2 + \alpha \pi^2] dt$$

onde  $\rho$  é a taxa de desconto,  $y$  é o nível de produto real,  $\bar{y}$  é o nível de produto potencial,  $\pi$  é a taxa de inflação,  $\alpha$  é um parâmetro positivo, sujeito as seguintes condições:

$$\dot{\pi} = \pi^e + \delta(y - \bar{y})$$

$$\dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e)$$

$$\pi(0) = \pi_0$$

$$\pi(T) = 0$$

- Resolva este problema considerando  $\pi^e$  uma variável de estado e  $y$  uma variável de controle.;
- Resolva este problema considerando  $\pi^e$  uma variável de estado e  $\pi$  uma variável de controle.;
- Admita agora que  $T \rightarrow \infty$ ; analise o problema nestas circunstâncias.

65. Considere o seguinte problema:

$$\text{maximizar} \quad \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c) dt$$

sujeito às seguintes condições:

$$y = c + nk + \dot{k}$$

$$y = f(k)$$

$$k(0) = k_0$$

onde  $c$  é o nível de consumo per capita,  $y$  é o produto per capita,  $k$  é a relação capital/mão-de-obra,  $u(c)$  e  $f(k)$  são funções côncavas ( $u'(c) > 0$ ,  $u''(c) < 0$ ,  $f'(k) > 0$ ,  $f''(k) < 0$ )

- a) Resolva este problema aplicando a equação de Euler;  
 b) Resolva este problema através do Hamiltoniano de valor presente.

66. Considere o seguinte modelo:

I) os indivíduos maximizam

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c, m) dt$$

com a condição de que:

$$\dot{m} = y + f - c - \pi m$$

onde a função utilidade é dada por:

$$u(c, m) = \log c + (\alpha - \beta \log m)m$$

II) o governo transfere a moeda para os indivíduos de acordo com:

$$f = \frac{\dot{M}}{P}$$

e controla a taxa de expansão monetária:  $\mu = \frac{\dot{M}}{M}$

III) o mercado de bens e serviços está em equilíbrio quando:

$$c = y$$

Analise a possibilidade de ocorrência da hiperinflação nesta economia.

67. Considere o seguinte modelo:

$$\text{maximizar } \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c, z) dt$$

sujeito às seguintes condições:

$$\dot{k} = f(k) - \delta k - c$$

$$\dot{z} = \theta(c - z)$$

$$z(0) = z_0 > 0, \quad k(0) = k_0 > 0$$

Os símbolos têm o seguinte significado:  $\rho$  é a taxa de desconto intertemporal,  $c$  é o consumo, a variável  $z$  representa o efeito do consumo passado sobre as preferências atuais (a equação de  $\dot{z}$  é idêntica à taxa de inflação esperada do mecanismo de expectativa adaptativa),  $k$  é a relação capital/mão-de-obra,  $\theta$  e  $\delta$  são parâmetros,  $f(k)$  é a função de produção com as propriedades tradicionais e  $f(k) \geq c \geq 0$ .

- Escreva o Hamiltoniano deste problema e as condições de primeira ordem para um máximo.
- Como você interpretaria a variável  $z$ ?
- Analise o equilíbrio deste modelo.

68. No modelo de gerações superpostas a função utilidade é dada por:

$$u(c_{1t}, c_{2t+1}) = A - e^{-ac_{1t}} + c_{2t+1}$$

onde  $c_{1t}$  é o consumo do indivíduo quando jovem e  $c_{2t+1}$  o consumo do indivíduo quando velho. A dotação de renda é igual a  $y_1$  quando jovem e  $y_2$  quando velho.

- A equação de demanda de moeda.
- Analise o(s) equilíbrio(s) desta economia.

Observação: Faça as hipóteses que julgar adequadas para responder esta questão.

69. A função utilidade de um agente representativo com vida infinita é dada por:

$$u(c, m) = \log c + \log m$$

onde  $c$  é o nível de consumo e  $m$  é o estoque real de moeda ( $m = M/P$ ). O agente recebe uma dotação de renda igual a  $y$  e transferências do governo igual a  $v$ . A sua taxa de desconto intertemporal é igual a  $\rho$ , e a moeda é o único ativo que este agente possui.

O governo emite moeda a uma taxa de expansão igual a  $\mu$  e usa estes recursos para transferir renda para os indivíduos.

- A equação de demanda de moeda;
- Analise a possibilidade de ocorrência de hiperinflação neste modelo.

70. Considere o seguinte modelo:

$$\dot{y} = \phi(d - y)$$

$$d = \alpha y + \beta e$$

$$m - p = \gamma y - \delta i$$

$$i = i^* + \epsilon$$

$$p = k + \theta e$$

onde  $y$  é o produto real,  $d$  é o dispêndio real,  $e$  é a taxa de câmbio nominal,  $m$  é o estoque nominal de moeda,  $p$  é o índice de preços (as variáveis  $y$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $m$  e  $p$  estão em logaritmo);  $i$  é a taxa de juros doméstica e  $i^*$  é a taxa de juros externa. Os símbolos  $\phi$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $k$  e  $\theta$  representam parâmetros, e, por hipótese são positivos.

- a) Analise a dinâmica do modelo.  
 b) Que acontece com a taxa de câmbio nominal quando o estoque de moeda aumenta, e este aumento não é antecipado?

71. Considere o seguinte modelo de uma economia aberta:

$$\text{curva IS: } y = c(y - t) + i(r) + g + x(e) - em(e)$$

$$\text{curva LM: } \frac{M}{P} = L(y, r)$$

$$\text{balança de pagamentos: } x(e) + f(r - r^*) = em(e)$$

Admita que os níveis de preços, doméstico e internacional, são constantes e que a taxa de juros internacional ( $r^*$ ) também é constante;  $x(e)$  são as exportações e  $m(e)$  representam as importações,  $e$  é a taxa de câmbio e  $f$  é a entrada de capital externo.

- a) Qual a condição de Marshall-Lerner?  
 b) Que tipo de "crowding-out" ocorre neste modelo quando o déficit público aumenta?

72. Considere o seguinte modelo de uma economia (enfoque monetário do balanço de pagamentos):

$$M^s = C + R$$

$$M^d = PL(y, r)$$

$$M^s = M^d$$

$$r = r^*$$

$$y = \bar{y}$$

$$P = EP^*, E = \bar{E} = \text{constante}$$

onde:

$M^s$  = quantidade gasta de moeda

$C$  = crédito doméstico líquido

$R$  = nível de reservas internacionais

$M^d$  = quantidade demandada de moeda

$P$  = nível de preços doméstico

$y$  = produto real

$r$  = taxa de juros doméstico

$r^*$  = taxa de juros internacional

$\bar{y}$  = produto potencial

$E$  = taxa de câmbio nominal

$P^*$  = nível de preços internacional

- a) Qual o efeito de uma desvalorização cambial sobre o balanço de pagamentos?  
 b) Qual o efeito de um aumento do crédito doméstico líquido sobre o balanço de pagamentos?

73. Considere o seguinte modelo de uma economia (enfoque monetário do balanço de pagamentos com taxa de câmbio flexível):

Equilíbrio no mercado monetário do país A:

$$\frac{M}{P} = L(y, r)$$

Equilíbrio no mercado monetário do país B:

$$\frac{M^*}{P^*} = L(y^*, r^*)$$

Taxa de câmbio:

$$E = \frac{P}{P^*}$$

Comente as seguintes proposições:

- a) a taxa de câmbio se desvaloriza quando o país cresce mais rapidamente do que os outros.
- b) a taxa de câmbio se aprecia quando o estoque de moeda cresce mais rapidamente do que o estoque dos outros países.

74. Admita que no modelo de portfólio as demandas de moeda, títulos domésticos e títulos estrangeiros sejam especificados de acordo com:

$$\begin{aligned} M^d &= m(r, \bar{r}, \dot{e})W \\ B^d &= b(r, \bar{r}, \dot{e})W \\ eF^d &= f(r, \bar{r}, e)W \\ W &= M^d + B^d + eF^d \end{aligned}$$

onde os símbolos têm o seguinte significado:  $r$  é a taxa de juros doméstica,  $\bar{r}$  é a taxa de juros internacional,  $e$  é a taxa de câmbio,  $M$  o estoque de moeda,  $B$  o estoque de títulos, e  $F$  o total de ativos denominados em moeda estrangeira.

Suponha que a taxa de juros e a taxa de câmbio se ajustam no curto prazo de acordo com as equações:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \lambda [B^s - B^d], \lambda > 0 \\ \dot{e} &= \gamma [eF^d - eF^s], \gamma > 0 \end{aligned}$$

Analise as condições de estabilidade deste mercado.

75. Suponha que o (logaritmo do) nível de preços  $p$  e a taxa de câmbio nominal  $e$  (em logaritmos) são dados pelo seguinte modelo:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \alpha(p - \bar{p}) + \beta(e - \bar{e}) \\ \dot{e} &= \gamma(p - \bar{p}) \end{aligned}$$

onde,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros positivos e  $\bar{p}$  e  $\bar{e}$  dependem do estoque nominal de moeda  $m$  de acordo com :

$$\bar{p} = m + k_1$$

$$\bar{e} = m + k_2$$

onde  $k_1$  e  $k_2$  são duas constantes.

Por que um aumento não antecipado do estoque de moeda causa ultrapassagem (overshooting) na taxa de câmbio?

76. Considere o seguinte modelo de portfolio de taxa de câmbio flexível:

$$e = g(F, M, B, r^*) \quad , \quad \frac{\partial e}{\partial F} < 0$$

$$\dot{F} = X\left(\frac{e}{p}\right) + r^* F$$

onde  $e$  é a taxa de câmbio,  $F$  é o total de ativos denominados em moeda estrangeira,  $M$  é o estoque de moeda,  $B$  é o estoque de títulos,  $r^*$  é a taxa de juros internacional,  $p$  é o nível de preços doméstico.  $\dot{F} = dF/dt$ , e  $X(e/p)$  representa as exportações líquidas.

Com base neste modelo, comente a seguinte proposição. "Um país com déficit na conta corrente do balanço de pagamentos tende a depreciar o câmbio, enquanto um país com superavit tende a apreciar o câmbio"

77. Uma economia produz um bem comercializável (tradable good) e o nível de preços é dado pela seguinte equação:

$$P = E P^*$$

onde  $P$  é o preço do bem em moeda doméstica,  $E$  é a taxa de câmbio nominal, e  $P^*$  é o preço do bem em dólar.

Nesta economia existem apenas dois ativos, moeda doméstica e moeda estrangeira. Ambos não pagam juros, e a demanda de moeda doméstica é dada por:

$$m = L(\pi^e) a, \quad L' < 0$$

onde

$$a = m + f$$

e  $m$  e  $f$  são as quantidades reais de cada uma das moedas.

A taxa de câmbio é flexível, não existe transações na conta de capital do balanço de pagamentos, e a acumulação de moeda estrangeira resulta da balança comercial. Isto é:

$$\dot{f} = y - c - i - g$$

onde  $y$  é o produto real suposto constante,  $i$  é o nível de investimento e  $g$  é o gasto real do governo, ambos também constantes.

O déficit do governo, em termos nominais, é proporcional ao estoque de moeda,

$$P(g - t) = \alpha M = \dot{M}$$

e é financiado por moeda ( $\dot{M} = dM / dt$ ).

As expectativas são racionais no sentido de previsão perfeita:

$$\pi^e = \pi$$

Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo nas seguintes hipóteses:

a) O consumo real depende da renda disponível e do estoque de moeda:

$$c = c(y - t, m)$$

b) O consumo real depende da renda disponível e do nível de riqueza:

$$c = c(y - t, a)$$

Sugestão: Analise este modelo com auxílio de diagramas de fase no plano  $f$  (eixo das abcissas) e  $m$  (eixo das ordenadas).

78. Considere o seguinte modelo:

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 (e + p^* - p) - \alpha_2 r$$

$$m - p = \beta_0 + \beta_1 y - \beta_2 r$$

$$r = r^* + \dot{e}$$

$$\dot{p} = \phi(y - \bar{y})$$

onde  $y$  = (logaritmo do) produto real,  $e$  = (logaritmo da) taxa de câmbio nominal,  $p^*$  = (logaritmo do) índice de preços externos,  $p$  = índice de preços domésticos,  $r$  = taxa de juros,  $m$  = (logaritmo da) quantidade nominal de moeda,  $r^*$  = taxa de juros internacional,  $\bar{y}$  = (logaritmo do) produto potencial.

Pede-se:

- Qual o efeito de um aumento da quantidade de moeda sobre a taxa de câmbio?
- Compare a resposta do item anterior com aquela que se obteria se substituísse a equação de  $\dot{p}$  pela seguinte:  $\dot{p} = \phi(d - y)$ , com a primeira equação transformando-se na equação do dispêndio:  $d = \alpha_0 + \alpha_1 (e + p^* - p) - k_2 r$ .

79. Considere o seguinte modelo:

$$\begin{cases} M = m(r, r^* + \dot{e}) W \\ B = b(r, r^* + \dot{e}) W \\ eF = f(r, r^* + \dot{e}) W \\ W = M + B + eF \\ \dot{F} = \varphi(eP^*/P) + r^* F \end{cases}$$

onde:

M = estoque de moeda

B = estoque de títulos domésticos

F = estoque de títulos denominados em moeda estrangeira

e = taxa de câmbio

r = taxa de juros doméstica

r\* = taxa de juros externa

P = nível de preços doméstico (exógeno)

p\* = nível de preços externo (exógeno)

- a) Discuta a especificação de cada equação do modelo e analise o seu equilíbrio;  
 b) Mostre o que acontece com  $e$  e com  $F$  em cada uma das seguintes condições: i) aumento de M; ii) aumento de B.

80. Admita que o fluxo de dólares no mercado paralelo depende da taxa real de câmbio no paralelo e do estoque de dólares existente no paralelo, de acordo com:

$$\dot{B} = F(E P^* / P) + r^* B$$

onde  $r^*$  é a taxa de juros internacional, B é o estoque de dólares no paralelo, E é a taxa de câmbio no paralelo,  $P^*$  é o índice de preços doméstico.

Pede-se:

Análise o modelo desenvolvido por Dornbusch com esta nova hipótese.

81. Uma economia consome e produz dois bens. A taxa de crescimento dos preços dos bens domésticos ( $\pi = d \log P / dt$ ) depende da taxa de crescimento dos salários nominais ( $\omega$ ) e do excesso de demanda neste mercado ( $y - \bar{y}$ ), de acordo com:

$$\pi = \omega + \delta(y - \bar{y}), \delta > 0$$

A taxa de crescimento dos salários nominais é função da taxa de crescimento dos preços domésticos no passado:

$$\dot{\omega} = \theta(\pi - \omega), \theta > 0$$

O dispêndio em bens domésticos é afetado pela taxa de juros real ( $r$ ) e pela taxa de câmbio real ( $e = EP^*/P$ , onde E é a taxa de câmbio nominal,  $P^*$  é o preço do bem internacional e P é o preço do bem doméstico):

$$y = -\alpha r + \beta e, \alpha > 0, \beta > 0$$

A mobilidade de capital perfeita implica na equalização das taxas de juros:

$$i = r^* + \varepsilon$$

onde  $\varepsilon = \dot{E} / E$  e  $r^*$  é a taxa de juros na moeda estrangeira.

A taxa de juros real é definida por:

$$r = i - \pi$$

O Banco Central fixa a taxa de desvalorização da moeda doméstica ( $\pi$ ). A taxa de câmbio real evolui de acordo com a seguinte equação diferencial:

$$\dot{e} = e (\varepsilon - \pi)$$

Supondo-se que  $1 - \alpha \delta > 0$  e  $-\alpha \theta + \beta \bar{e} > 0$ , onde  $\bar{e}$  é a taxa de câmbio real de equilíbrio, responda às seguintes questões:

- Este modelo é estável?
- Supondo-se que o Banco Central reduza a taxa de desvalorização cambial de  $\varepsilon_0$  para  $\varepsilon_1$  quais as trajetórias de  $\pi$  e de  $e$ ?

82. O agente representativo maximiza

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c) dt$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\dot{a} = r a + y - c$$

$$a(0) = a_0$$

onde  $\rho$  é a taxa de preferência intertemporal,  $c$  é o nível de consumo, a função  $u(c)$  é tal que  $u' > 0$  e  $u'' < 0$ ,  $r$  é a taxa de juros,  $a$  é o patrimônio do indivíduo e  $y$  é a sua renda.

- Escreva as condições de primeira ordem para a solução deste problema aplicando a equação de Euler:
- Que acontece se  $\rho \neq r$  ?

83. Suponha que a função  $u(c)$  do exercício anterior seja dada por

$$u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\alpha} - 1}{1-\alpha} & , \alpha \neq 1 \\ \log c & , \alpha = 1 \end{cases}$$

- a) Escreva as condições de primeira ordem para a solução deste problema usando o Hamiltoniano de valor corrente;
- b) Mostre que se  $\alpha > 1$  ( $\alpha < 1$ ), o efeito renda sobre o consumo é maior (menor) do que o efeito substituição (quando a taxa de juros varia).
- c) Quais as variáveis que afetam a taxa de crescimento do consumo?

84. A política de gastos ( $g$ ) do governo é escolhida de sorte a minimizar

$$\int_0^{\infty} \left[ \frac{\alpha}{2} (y - \bar{y})^2 + \frac{\beta}{2} (g - \bar{g})^2 \right] dt$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros positivos,  $y$  é o nível de renda real,  $\bar{y}$  é o produto de pleno emprego, e  $\bar{g}$  é o dispêndio do governo que corresponde ao nível de pleno emprego.

O produto real varia de acordo com a seguinte equação diferencial:

$$\dot{y} = -\gamma y + g, \quad \gamma > 0$$

e o produto no período inicial é dado:  $y(0) = y_0$ .

- a) Determine a política ótima para os gastos do governo;
- b) Responda ao item anterior supondo que o parâmetro  $\beta$  é igual a zero.

85. O objetivo do governo consiste em maximizar sua popularidade, que depende da taxa de inflação ( $\pi$ ) e do nível de desemprego ( $u$ ), de acordo com o seguinte problema:

$$\text{maximizar } P = \int_0^T F(u, \pi) e^{rt} dt$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\pi = f(u) + \pi^e$$

$$\dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e)$$

onde  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $r$  é a taxa de desconto, e  $\theta$  é o parâmetro do mecanismo de expectativa adaptativa. Suponha que as funções  $F(\cdot)$  e  $f(\cdot)$  são dadas por:

$$F(u, \pi) = -\alpha\pi - \frac{\beta}{2}u^2, \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

$$f(u) = a - bu, \quad a > 0, b > 0$$

- a) Como a taxa de desemprego evolui entre os períodos zero e T?
- b) Que acontece com a taxa de inflação?

86. Considere um recurso natural não renovável cujo estoque atual é igual a  $S$ . Suponha que a sociedade deseja usar este recurso de tal sorte que o consumo ao longo de um horizonte de tempo  $T$  do mesmo seja obtido a partir da solução do seguinte problema:

$$\text{maximizar} \quad \int_0^T e^{-\rho t} u(c) dt$$

sujeito à seguinte restrição:

$$\int_0^T c dt = S$$

O estoque existente ( $x$ ) num período  $t$  qualquer é, portanto, igual a:

$$x(t) = S - \int_0^t c(\tau) d\tau, \quad x(0) = S, x(T) = 0$$

que é a variável de estado do sistema.

- Qual a estratégia ótima de consumo?
- Qual a resposta do item anterior quando  $\rho = 0$ ?

87. Considere o seguinte problema:

$$\text{maximizar} \quad \int_0^T \alpha(t) f(x, u) dt$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\dot{x} = g(x, u), \quad x(0) = x_0 \text{ e } x(T) = x_T$$

Admita que decorrido um tempo  $\theta$  se deseja resolver o mesmo problema:

$$\text{maximizar} \quad \int_{\theta}^T \alpha(t - \theta) f(x, u) dt$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\dot{x} = g(x, u), \quad x(\theta) = x_{\theta} \text{ e } x(T) = x_T$$

- A solução dos dois problemas coincide?
- A solução é a mesma se  $\alpha(t) = e^{-\rho t}$  e  $\alpha(t - \theta) = e^{-\rho(t - \theta)}$  ?

88. Considere o seguinte problema:

$$\text{maximizar} \quad \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x' Qx + u' Ru) dt$$

sujeito à seguinte restrição:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad , \quad x(0) = x_0$$

onde  $x$  é um vetor  $n \times 1$ ,  $u$  um vetor  $r \times 1$ ,  $R$  é uma matriz positiva definida,  $Q$  uma matriz positiva semi-definida.

Mostre que o controle ótimo pode ser calculado através de:

$$u = -R^{-1} B'S x$$

onde a matriz  $S$ , positiva semi-definida, é dada pela equação de Riccati:

$$SA + Q - SBR^{-1}B'S + A'S = 0$$

Aplique os resultados obtidos no exercício anterior para o seguinte problema:

$$\text{maximizar} \quad \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (q x^2 + r u^2) dt$$

sujeito à seguinte restrição:

$$\dot{x} = ax + u$$

89. Considere o seguinte problema:

$$\text{maximizar} \quad \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-rt} [pQ - p_I I] dt$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\dot{K} = I - \delta K$$

$$Q = AK$$

$$K(0) = K_0$$

onde  $p$  é o preço do produto,  $Q$  é a quantidade produzida,  $p_I$  é o preço do investimento,  $I$  é o investimento bruto,  $K$  é o estoque de capital,  $r$  é a taxa de juros,  $\delta$  é a taxa de depreciação, e  $A$  é um parâmetro.

a) Qual a função investimento?

b) Supondo que o preço  $p_I$  depende de  $I$  de acordo com a função:

$$p_I = f(I) \quad , \quad f' > 0 \quad \text{e} \quad f'' > 0$$

qual a função investimento?

90. Uma empresa maximiza a seguinte função:

$$\int_0^{\infty} e^{-rt} [pF(K, L) - wL - h(I)] dt$$

sujeita às seguintes condições:

$$\dot{K} = I - \delta K$$

$$K(0) = K_0$$

onde  $p$  é o preço do produto,  $K$  é o estoque do capital,  $L$  é a quantidade de mão-de-obra,  $w$  é o salário,  $I$  é o volume de investimento,  $r$  é a taxa de juros,  $\delta$  é a taxa de depreciação. A função  $h(I)$  tem as seguintes propriedades:  $h' > 0$ ,  $h'' > 0$ ,  $h'(0) = 1$ .

Defina  $q = h'(I)$ .

- Análise a dinâmica deste problema no plano  $q, K$ .
- Que acontece com o estoque de capital ótimo quando a taxa de juros aumenta? Ilustre a sua resposta usando o diagrama de fases do item anterior.
- Qual o custo do capital?
- Resolva o problema para o seguinte caso particular:

$$F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha} \quad \text{e} \quad h(I) = I + \beta I^2, \beta > 0.$$

91. A trajetória do consumo é determinada a partir de solução do seguinte problema:

$$\text{maximizar} \quad \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t), \beta < 1$$

com as seguintes condições:

$$a_{t+1} = (1+r)(a_t + y_t - c_t)$$

$y_0, y_1, y_2, \dots$  são conhecidos e  $a_0$  é dado, onde  $C_t$  é o nível de consumo,  $a_t$  é o patrimônio,  $y_t$  é o nível de renda no período  $t$  e  $r$  é a taxa de juros real.

- Qual a interpretação do termo  $\beta$ ?
- A condição de primeira ordem, para a solução deste problema.
- Aplique esta condição de primeira ordem quando a função  $u(C_t)$  for especificada por:

$$u(C_t) = C_t^\alpha, \quad \alpha > 0$$

92. Considere o seguinte problema

$$\text{maximizar} \quad \int_0^{\infty} \frac{C^{1-\alpha}}{1-\alpha} dt$$

Sujeito às seguintes condições:

$$\dot{K} = a K - b K^2 - C$$

$$K(0) = K_0$$

a) Quais os valores de equilíbrio de K e C?

b) Mostre o diagrama de fases no plano C-K para a solução deste problema.

93. Admita uma economia aberta com dois bens: um produzido domesticamente, que também é exportado, e o outro é um produto importado. Isto é:

$$y = \frac{P_a}{P} a + x - e m$$

onde  $a$  é a absorção,  $P_a$  é um índice de preços dos bens doméstico e importado definido por,

$$P_a = P^\alpha (E P^*)^{1-\alpha}$$

onde  $\alpha$  é proporção do dispêndio no produto doméstico,  $E$  é a taxa de câmbio nominal e  $P^*$  é o preço em moeda estrangeira do produto importado, e representa a taxa de câmbio real:

$$e = \frac{EP^*}{P}$$

A absorção (o dispêndio) depende da renda real  $y_r$ , da taxa de juros real,  $r - \pi^e$  e da política fiscal  $f$ , de acordo com:

$$a = a(y_r, r - \pi^e, f)$$

onde a renda real  $y_r$  é igual a:

$$y_r = \frac{P y}{P_a}$$

O dispêndio real é função, então, das seguintes variáveis:

$$d = \frac{P_a}{P} a = d(y, e, r - \pi^e, f)$$

Mostre que:

$$\frac{e}{d} \frac{\partial d}{\partial e} = (1 - \alpha) (1 - n)$$

onde  $\eta = \frac{\partial a}{\partial y_r} \frac{y_r}{a}$ .

94. A exportação líquida de bens e serviços de um país é expressa pela seguinte equação

$$b = x(e) - em(e, z)$$

onde  $e = E P^*/P$  é a taxa de câmbio real,  $E$  é a taxa de câmbio nominal,  $P^*$  é o preço dos bens importados,  $x$  é a quantidade de bens e serviços exportados,  $m$  é a quantidade de bens e serviços importados e  $z$  é a renda real da economia definida por:

$$Z = \frac{P y}{P_a}$$

onde  $y$  é o produto real e  $P_a$  é o índice de preços dos bens e serviços:

$$P_a = P^\alpha (E P^*)^{1-\alpha}$$

Qual a condição que deve ser satisfeita para que uma desvalorização cambial aumente a exportação líquida de bens e serviços?

95. A equação de demanda de moeda de um país é dada por:

$$m - p = \alpha y - \beta r, \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

e a equação de demanda de moeda do resto do mundo tem a mesma especificação. Isto é:

$$m^* - p^* = \alpha y^* - \beta r^*$$

A taxa de câmbio segue a paridade do poder de compra:

$$e = p - p^*$$

As taxas de juros obedecem à paridade não coberta da taxa de juros;

$$r = r^* + \dot{e}, \quad \dot{e} = \frac{de}{dt}$$

e os agentes econômicos têm previsão perfeita.

Admitindo-se que o estoque nominal de moeda ( $m^*$ ) do resto do mundo e os níveis de renda reais ( $y$  e  $y^*$ ) são constantes, analise a determinação da taxa de câmbio neste modelo.

96. A equação de demanda de moeda é dada por:

$$m_t - p_t = -\alpha \pi_t^e, \quad \alpha > 0$$

onde  $m$  é o (logaritmo do) estoque nominal de moeda,  $p_t$  é o (logaritmo do) índice de preços e  $\pi_t^e$  é a taxa de inflação esperada. Admita-se expectativas racionais, no sentido de previsão perfeita:

$$\pi_t^e = \pi_t = \frac{d p}{d t}$$

e que o mercado de moeda está em equilíbrio.

- Qual a equação do índice de preços?
- Qual a equação do índice de preços quando  $m_t = \bar{m} = \text{constante}$ ?
- A solução do item anterior é estável ou instável?
- Qual o valor do índice de preços no momento atual?

97. O agente representativo maximiza

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c) dt$$

satisfazendo à seguinte restrição;

$$\dot{m} = h(m) + \tau - \pi m - c$$

e a condição inicial  $m(0) = m_0$ . Os símbolos têm o seguinte significado:  $\rho$  é a taxa de preferência intertemporal,  $c$  é o nível de consumo,  $m$  é o encaixe real ( $m = M/P$ ,  $M$  o estoque nominal de moeda e  $P$  o índice de preços),  $\tau$  é as transferências recebidas do governo pelo agente,  $\pi$  é a taxa de inflação ( $\pi = d \log P/dt$ ).

- Interprete a restrição orçamentária e qual seria o significado da função  $h(m)$ ?
- Analise a solução deste problema.

Observação: Suponha que a função  $h(m)$  tenha as seguintes propriedades:  $h'(m) > 0$ ,  $h''(m) < 0$ .

98. Em uma situação de desequilíbrio, a taxa de juros de mercado ( $r$ ) é diferente da taxa de juros natural ( $r^*$ ), e o excesso de investimento ( $I$ ) sobre a poupança ( $S$ ) é financiado através da emissão de moeda. Isto é:

$$I - S = -\alpha(r - r^*) = \frac{dM}{dt}, \quad \alpha > 0$$

A variação dos preços ( $\dot{p} = \frac{dp}{dt}$ ) depende do excesso de demanda:

$$\dot{p} = \beta(I - S), \quad \beta > 0$$

O Banco Central muda a taxa de juros ( $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ ) de acordo com a seguinte equação:

$$\dot{r} = \gamma(p - \bar{p}) + \delta \dot{p}, \quad \gamma > 0, \delta > 0$$

onde  $\bar{p}$  é a meta para o nível de preços. Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo.

99. A equação de demanda de moeda é dada por:

$$m = \beta(\rho + \pi^e)^{-\alpha}, \quad \alpha > 0, \beta > 0, \rho > 0$$

onde  $m = M / P$ ,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada.

- Analise a curva de Laffer do imposto inflacionário deste modelo.
- Admita previsão perfeita ( $\pi^e = \pi$ ) e que o déficit público é financiado por moeda,

$$P f = \frac{dM}{dt}$$

onde  $f$  é o déficit público real (suposto constante). Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo.

100. Considere o seguinte modelo:

mercado monetário:  $m - p = \alpha y - \beta r$

inflação:  $\dot{p} = \gamma(e - \bar{e})$

produto:  $y = \bar{y}$

paridade do poder de compra (no longo prazo):  $\bar{e} = \bar{p} - p^*$ .

paridade da taxa de juros:  $r = r^* + \dot{e}$

Analise a dinâmica da taxa de câmbio nas seguintes circunstâncias:

- Aumento não-antecipado do estoque de moeda;
- Aumento antecipado do estoque de moeda.

101. Considere o seguinte problema:

$$\text{maximizar } \int_0^T \alpha(t) f(u) dt$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\dot{x} = -u, \quad x(0) = x_0, \quad x(T) = x_T$$

Admita que decorrido um tempo  $\theta$  se deseje resolver o mesmo problema:

$$\text{maximizar } \int_0^T \alpha(t - \theta) f(u) dt$$

Sujeito às seguintes restrições:

$$\dot{x} = -u, \quad x(\theta) = x_\theta, \quad x(T) = x_T$$

- a) Em que condições a solução dos dois problemas coincide?  
 b) Qual a interpretação econômica deste problema?

102. Considere uma economia descrita pelo seguinte modelo:

I) Os indivíduos maximizam

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} [u(c) + v(m)] dt, \quad u_c > 0, u_{cc} < 0$$

$$u_m > 0, u_{mm} < 0$$

Sujeito às seguintes condições:

$$a = m + b$$

$$(1 - \tau)(rb + y) = c + \frac{\dot{B}}{P} + \frac{\dot{M}}{P}$$

$$a(o) = a_o, \quad m(o) = m_o, \quad b(o) = b_o$$

Os símbolos têm o seguinte significado:  $\rho$  = taxa de preferência intertemporal,  $c$  = consumo,  $m = M/P$  é o estoque real de moeda,  $a$  = total de ativos,  $b = B/P$  é o estoque real de títulos públicos,  $r$  = taxa de juros,  $\tau$  = alíquota do imposto de renda,  $P$  = índice de preços,  $\dot{B} = \frac{dB}{dt}$ ,  $\dot{M} = \frac{dM}{dt}$

II) Equilíbrio no mercado de bens e serviços:

$$y = c + g$$

III) Restrição orçamentária do governo:

$$g + rb - \tau(rb + y) = \frac{\dot{M}}{P} + \frac{\dot{B}}{P}$$

- a) Faça a hipótese necessária para que os indivíduos tenham um ponto de equilíbrio e admita que o regime monetário é dado pela seguinte equação:

$$\dot{m} = m(\mu - \pi), \text{ onde } \mu \text{ é constante.}$$

Análise no plano (b,m) o equilíbrio e a dinâmica deste modelo.

b) Faça a hipótese necessária para que os indivíduos tenham um ponto de equilíbrio e admita que o déficit público é financiado apenas por títulos públicos  $\left(\frac{\dot{M}}{P} = 0\right)$ . O modelo é estável?

103. Considere uma pequena economia aberta que produz dois bens, um comercializável (T) e outro não comercializável (H). O mercado de bens não comercializáveis está sempre em equilíbrio:

$$q_H = c_H$$

onde  $q_H$  é a quantidade produzida do bem não comercializável e  $c_H$  é a quantidade consumida do mesmo bem.

Através da arbitragem do comércio internacional o preço doméstico do bem comercializável ( $P_T$ ) é igual ao produto da taxa de câmbio nominal ( $E$ ) pelo seu preço internacional ( $P_T^*$ )

$$P_T = E P_T^*$$

Por simplicidade admita-se que  $P_T^* = 1$ .

O nível de preços da economia ( $P$ ) é uma média ponderada dos preços dos bens não comercializáveis e dos preços dos bens comercializáveis:

$$P = E^\alpha P_H^{1-\alpha}$$

O agente representativo maximiza o valor presente do fluxo de utilidade,

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} u(c_T, c_H, m) dt$$

onde  $\rho$  é a taxa de preferência intertemporal,  $c_T$  é o nível de consumo dos bens comercializáveis,  $m = M/P$  é a liquidez real e  $M$  é o estoque nominal de moeda. A restrição orçamentária do agente representativo, expressa em termos do bem comercializável, é dada por:

$$q_T + \frac{q_H}{\varepsilon} + \tau = c_\pi + \frac{c_H}{\varepsilon} + \varepsilon^{\alpha-1} \dot{m} + \varepsilon^{\alpha-1} m \pi$$

onde  $\pi$  é a taxa de inflação  $\pi = \dot{P}/P$ ,  $\dot{m} = dm/dt$ , e  $\tau$  as transferências do governo são dadas por:

$$\tau = \varepsilon^{\alpha-1} m \pi$$

onde  $\varepsilon$  é a taxa da câmbio real:  $\varepsilon = \varepsilon/P_H$ . Admita-se, por simplicidade, que a função utilidade é separável.

a) Discuta as propriedades da equação de demanda de moeda em equilíbrio;

- b) Quais as conseqüências do aumento da taxa de desvalorização cambial ( $\dot{E}/E$ ) .  
 c) Quais as conseqüências de um aumento na produção de bens não comercializáveis.

Observação: Apresente suas respostas num diagrama de fases com as variáveis ( $m, C_T$ ).

104. Considere uma pequena economia aberta, em que o agente representativo maximiza

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c, m) dt$$

sujeito à condição:

$$\dot{m} = y - c - \pi m + \tau$$

onde  $b = y - c$  é interpretado como balanço de pagamentos no período  $t$ , e as transferências do governo são expressas por:

$$\tau = \pi m$$

O nível de preços pode ser interpretado como a taxa de câmbio, que é controlada pelo governo.

- a) Analise o equilíbrio e a dinâmica desta economia.  
 b) O que acontece quando o governo desvaloriza o câmbio?  
 c) O que acontece quando o governo aumenta a taxa de desvalorização do câmbio?

105. Considere uma economia em que o agente representativo maximiza

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c) dt$$

sujeito às seguintes condições:

$$f(k) + \tau = c + \dot{k} + \delta k + \frac{\dot{M}}{P}$$

e:

$$m v \geq c + \dot{k} + \delta k$$

Esta última condição é uma restrição prévia de liquidez (cash-in-advance constraint), em que  $v$  é um parâmetro suposto constante. Os símbolos têm o seguinte significado:  $\rho$  = taxa de preferência intertemporal;  $u$  = nível de consumo;  $k$  = relação capital/mão-de-obra;  $\tau$  = transferências do governo;  $\dot{k} = dk / dt$ ;  $M$  = estoque nominal de moeda;  $P$  = índice de preços;  $\delta$  = taxa de depreciação do capital.

- a) A moeda é super-neutra neste modelo?  
 b) Quando a restrição prévia de liquidez envolve apenas bens de consumo, a moeda é super-neutra?

106. No modelo de Cass-Koopmaus suponha que as funções de utilidade e de produção sejam dadas por:

$$u(c) = -c^{\frac{1-s}{s}}, \quad 0 < s < 1$$

$$f(k) = k^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1, s < \alpha$$

Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo.

107. No modelo de Cass-Koopmaus suponha que as funções de utilidade e de produção sejam dadas por:

$$u(c) = c^{1-\sigma}$$

$$f(k) = k^\alpha + \beta k$$

- Qual o equilíbrio do modelo quando  $\beta > \rho + \delta$ , onde  $\rho$  é a taxa de preferência intertemporal e  $\delta$  é a taxa de depreciação do capital?
- Qual a taxa de crescimento do consumo?

108. Considere o seguinte modelo:

$$\text{demanda agregada: } y = k + \alpha \log M / P + \beta \pi^e + \gamma f$$

$$\text{Curva de Phillips: } \pi = \pi^e + \delta (y - \bar{y})$$

$$\text{expectativa adaptativa: } \dot{\pi}^e = \theta (\pi - \pi^e)$$

onde  $y$  é o (logaritmo do) produto real,  $M$  é o estoque de moeda,  $P$  é o índice de preços,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $f$  é uma variável de política fiscal,  $\pi$  é a taxa de inflação, e  $\bar{y}$  é o (logaritmo do) produto potencial. Os símbolos  $k$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  e  $\theta$  representam parâmetros.

Admita que o estoque de moeda cresce a uma taxa constante:

$$\frac{d \log M}{dt} = \mu$$

- Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo, reduzindo-o a um sistema de duas equações diferenciais nas variáveis  $\pi$  e  $\pi^e$ .
- Analise o equilíbrio e a dinâmica deste modelo, reduzindo-o a um sistema de duas equações diferenciais nas variáveis  $\pi$  e  $m (=M/P)$ .

109. Considere o seguinte modelo:

demanda agregada:  $y = k + \alpha \log \frac{M}{P} + \beta \pi^e + \gamma f$

Curva de Phillips:  $\pi = \pi^e + \delta (y - \bar{y})$

previsão perfeita:  $\pi^e = \pi$

onde os símbolos têm o seguinte significado:  $y$  é o produto real,  $M$  é o estoque nominal de moeda,  $P$  é o índice de preços,  $\pi^e$  é a taxa de inflação esperada,  $f$  representa uma variável fiscal,  $\pi$  é a taxa de inflação ( $\pi = d \log P / dt$ ),  $\bar{y}$  é o produto potencial da economia.

a) Analise o efeito de uma mudança na política fiscal do governo, nas seguintes situações:

- a) permanente, não antecipada;
- b) permanente, antecipada;
- c) transitória, não antecipada;
- d) transitória, antecipada.

b) Analise o efeito de uma mudança na taxa de crescimento do estoque de moeda

( $u = \frac{d \log}{dt} M$ ), nas seguintes situações:

- a) permanente, não antecipada;
- b) permanente, antecipada;
- c) transitória, não antecipada;
- d) transitória, antecipada.