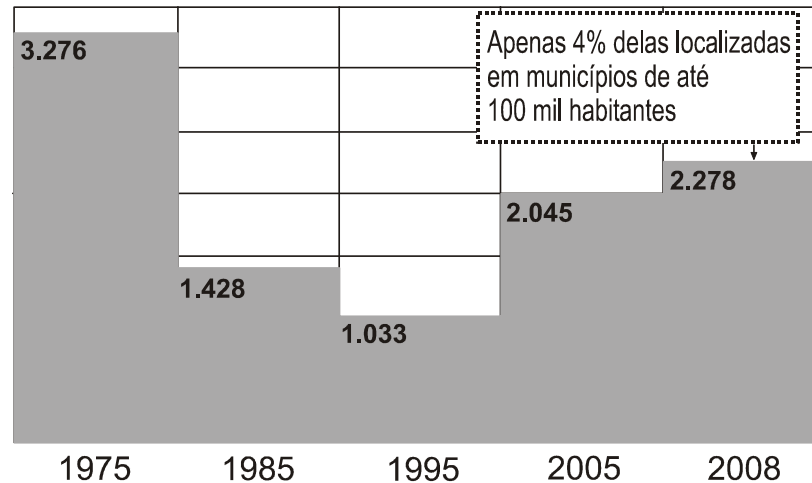


- 1 São curiosos os números. Às vezes é mais útil arredondá-los do que trabalhar com seu valor "exato". Se, por exemplo, 2 366 pessoas assistiram a um *show* musical, podemos aproximar o número à centena mais próxima e dizer que cerca de 2 400 pessoas presenciaram o *show*. Observe com atenção esta pesquisa feita pela ANCINE, Agência Nacional do Cinema, sobre a evolução da quantidade de salas de cinema no Brasil, devido à concorrência, entre outros, de filmes na televisão e filmes em DVD.



Fonte: Ancine

- A** Aproxime os dados do gráfico à centena mais próxima e responda: Em 2008, quantas salas de cinema estavam localizadas em municípios com 100 000 ou menos habitantes?
- B** Usando os dados arredondados do item **A**, expresse, em porcentagem, a redução do número de salas de cinema brasileiras de 2008, em relação ao número de salas de 1975.

Resolução:

A $4\% \cdot 2\ 300 = 92$

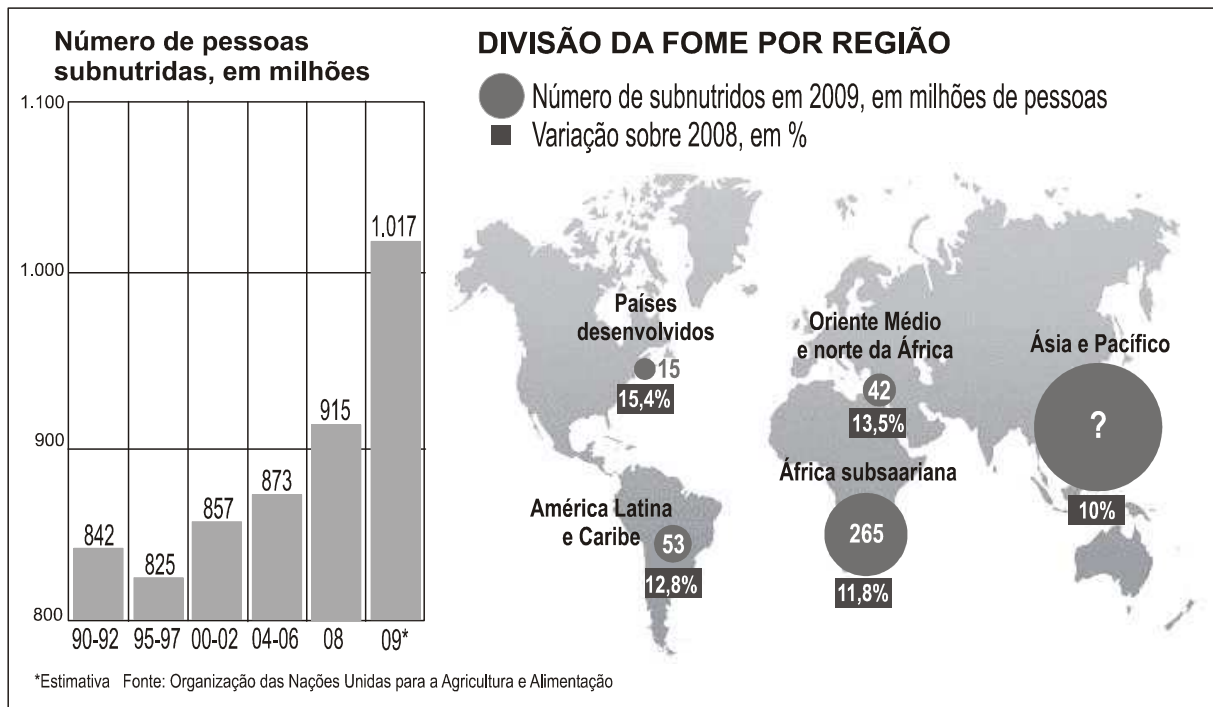
Cerca de 92 salas estavam localizadas em municípios de até 100 mil habitantes.

B $3\ 300 - p \cdot 3\ 300 = 2\ 300$

$p = 0,303$

Houve uma redução de cerca de 30% do número de salas de cinema no Brasil, entre 1975 e 2008.

- 2 Uma pesquisa publicada pela Organização das Nações Unidas para a Agricultura e Alimentação mostra como a crise global provoca o aumento do número de pessoas que passam fome no mundo.



A partir das informações dos gráficos acima, calcule:

- A** O número de pessoas subnutridas na zona de Ásia e Pacífico em 2009.
- B** O número de pessoas subnutridas na zona de Ásia e Pacífico em 2008.

Resolução:

A

$1017 - (15 + 42 + 53 + 265) = 642$
 642 milhões de pessoas subnutridas na Ásia e Pacífico, em 2009.

B

$$x + 10\% \cdot x = 642$$

$$x = \frac{642}{1,1} \cong 584$$

584 milhões de pessoas subnutridas na Ásia e Pacífico, em 2008.

- 3 Um carpinteiro deve construir uma caixa com a forma de um cubo, porém aberta, sem uma tampa. Vai usar $31,25 \text{ m}^2$ de madeira, que ele compra em uma loja de materiais de construção por R\$ 12,00 o metro quadrado. Além disso, haverá um reforço especial de madeira compensada em todas as arestas, que lhe custará R\$ 3,00 por metro. A que preço o carpinteiro deve vender a caixa para obter um lucro de 20% sobre a quantia gasta na compra dos materiais que usou para construir a caixa?

Resolução:

$$5a^2 = 31,25 \rightarrow a^2 = 6,25 \rightarrow a = 2,5\text{m}$$

$$31,25 \cdot 12 + (12 \cdot 2,5) \cdot 3 = 465$$

$$465 \cdot 1,2 = 558$$

O carpinteiro deve vender a caixa por R\$ 558,00.

- 4 No seu livro *Introdução à Álgebra*, Leonhard Euler propõe um curioso e interessante problema aos leitores:

Duas camponesas juntas carregam 100 ovos para vender em uma feira e cada uma vai cobrar seu preço por ovo. Embora uma tivesse levado mais ovos que a outra, as duas receberam a mesma quantia em dinheiro. Uma delas disse, então:

— Se eu tivesse trazido o mesmo número de ovos que você trouxe, teria recebido 15 *kreuzers* (antiga moeda austríaca).

Ao que a segunda respondeu:

— Se eu tivesse trazido a quantidade de ovos que você trouxe, teria recebido $\frac{20}{3}$ *kreuzers*.

Releia o texto com atenção e responda:

Quantos ovos carregava cada uma?

Resolução:

A 1ª camponesa levava x ovos e a 2ª camponesa, $(100 - x)$ ovos.

Se a 1ª camponesa tivesse levado $(100 - x)$ ovos, teria recebido 15 *kreuzers*.

Assim, ela vendeu cada ovo por $\frac{15}{100 - x}$ *kreuzers*.

Do mesmo modo, a 2ª camponesa vendeu cada ovo por $\frac{\frac{20}{3}}{x} = \frac{20}{3x}$ *kreuzers*.

Portanto:

$$x \cdot \frac{15}{100 - x} = (100 - x) \cdot \frac{20}{3x} \rightarrow x = 40$$

A 1ª camponesa carregava 40 ovos e a 2ª, 60 ovos.

5

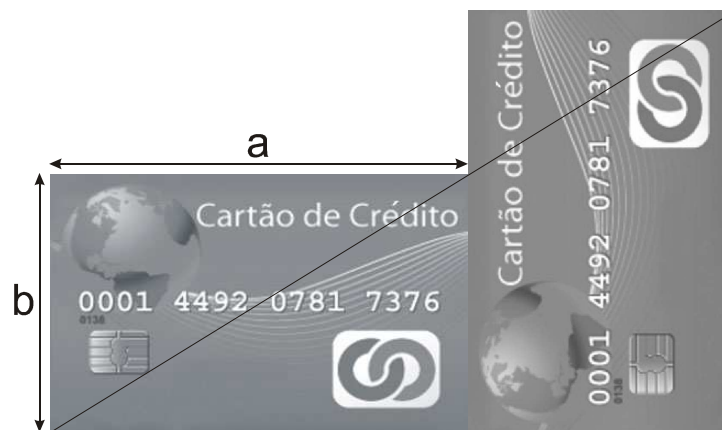
- A** Os irmãos Pablo, Ana e Marta tiraram uma foto juntos, um ao lado do outro. Com uma régua, obtiveram as alturas na foto:

Pablo: 8,1 centímetros; Ana: 6,2 centímetros; Marta: 5,7 centímetros.

A altura real de Ana é 1,24 metro. Qual é a altura real de Pablo e de Marta?

- B** Provavelmente, você não sabe que os cartões de crédito ou de débito que tanto usamos são retângulos áureos, ou seja, a razão entre seus lados é igual ao número de ouro: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Observe a figura e demonstre que $\frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$


Resolução:

A 6,2 centímetros na foto correspondem à altura de Ana: 1,24 metro.

$$\frac{6,2}{8,1} = \frac{1,24}{P} \rightarrow P = 1,62; \text{ Pablo mede aproximadamente } 1,62 \text{ metros.}$$

$$\frac{6,2}{5,7} = \frac{1,24}{M} \rightarrow M = 1,14; \text{ Marta mede aproximadamente } 1,14 \text{ metro.}$$

B Por semelhança de triângulos:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b} \rightarrow a^2 - ab = b^2 \rightarrow \frac{a^2}{b^2} - \frac{ab}{b^2} = \frac{b^2}{b^2}$$

$$\frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{b} - 1 = 0 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{a}{b}$$

6

A Determine todos os números naturais que satisfazem simultaneamente as inequações:

$$10^{-1}x \geq 0,06 \quad \text{e} \quad 10^{-1}x \leq 0,425$$

B Os sistemas de inequações são úteis para resolver antigos problemas como este, aproximadamente, do ano 250:

Três estudantes receberam cada um uma mesma lista de palavras sinônimas que deveriam ser escolhidas em pares. Cada palavra tinha uma única palavra sinônima correspondente. Dentro do tempo permitido, o primeiro colocado conseguiu 21 pares corretos; o segundo colocado tinha dois terços dos pares corretos e o terceiro, quatro a mais do que a metade do número de pares corretos. Qual era o total de pares corretos de palavras sinônimas?

Resolução:

a) $x \geq 0,6 \quad \text{e} \quad x \leq 4,25 \rightarrow 0,6 \leq x \leq 4,25$

Os números naturais são: 1, 2, 3 e 4.

b) Seja N o total de pares de palavras sinônimas. Temos o sistema de inequações:

1º colocado: 21 pares corretos

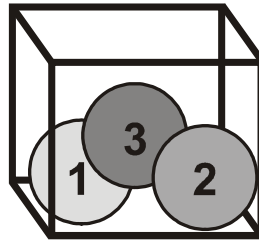
2º colocado: $\frac{2}{3}N < 21$

3º colocado: $\frac{N}{2} + 4 < \frac{2}{3}N$

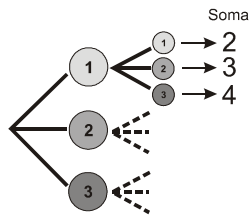
Podemos escrever: $\frac{N}{2} + 4 < \frac{2}{3}N < 21$

Note que N tem de ser um múltiplo de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36,... O único que satisfaz o sistema de inequações é 30. São 30 pares de palavras sinônimas.

- 7 Extraímos uma bola da urna representada abaixo, anotamos o seu número e a devolvemos à urna. Retiramos uma segunda bola, anotamos o seu número e o adicionamos ao anterior. Qual é a probabilidade de que a soma seja 4?



Resolução:



A probabilidade de que a soma seja 4 é igual a: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

8 Ao copiar da lousa uma equação polinomial de 3º grau e de coeficientes inteiros, Carlos escreveu errado o termo em x e o termo que não tem fator x . Resolvendo-a, duas das raízes que encontrou foram $-i$ e 2 . A professora já havia adiantado que uma das raízes da equação original era $2i$.

A Qual é a equação original?

B Quais são as outras duas raízes da equação original?

Resolução:

A equação que Carlos resolveu foi, por exemplo $(x + i)(x - i)(x - 2) = x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$.

A equação que teria de resolver seria $x^3 - 2x^2 + ax + b = 0$.

Observe que $P(2i) = P(-2i) = 0$.

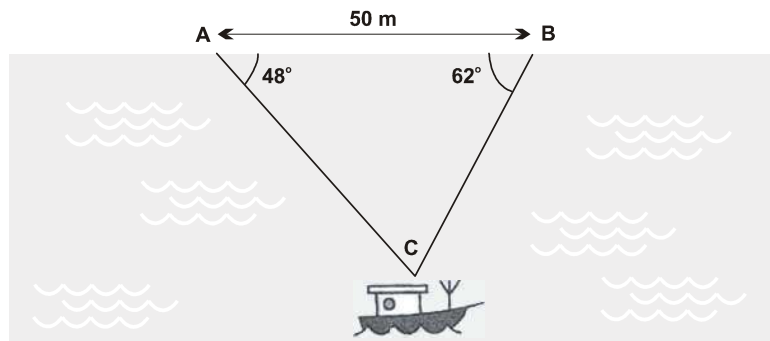
Substituindo esses valores na equação original, obtemos $b = -8$, $a = 4$.

a) A equação original na sua forma mais simples é $x^3 - 2x^2 + 4x - 8 = 0$ ou $k \cdot (x^3 - 2x^2 + 4x - 8) = 0$, para qualquer número real $k \neq 0$.

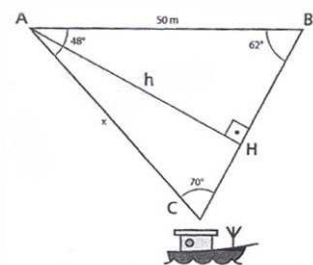
b) As raízes são $2i$, dada, e $-2i$ e 2 .

- 9 A figura ilustra as medidas que um topógrafo tomou para calcular a distância do ponto A a um barco ancorado no mar.

$$\begin{aligned} \text{sen}62^\circ &= 0,88; & \text{cos}62^\circ &= 0,47 \\ \text{sen}70^\circ &= 0,94; & \text{cos}70^\circ &= 0,34 \end{aligned}$$



- A** Use os dados obtidos pelo topógrafo e calcule a distância do ponto A ao barco. É conveniente traçar a altura \overline{AH} do triângulo ABC.
- B** Use esses mesmos dados para calcular o valor de $\text{cos}48^\circ$. Se quiser, utilize os produtos: $88 \times 94 = 8272$ e $47 \times 34 = 1598$.

Resolução:

A

$$\bullet \text{sen}62^\circ = \frac{h}{50} \rightarrow h = 44 \text{ metros}$$

$$\bullet \begin{cases} \text{sen}70^\circ = \frac{h}{x} \\ 44 = x \cdot 0,94 \\ x = 46,8m \end{cases}$$

A distância do ponto A ao barco é de aproximadamente 47 metros.

B

$$\begin{aligned} \text{cos}[180^\circ - (62^\circ + 70^\circ)] &= (-1) \cdot \text{cos}(62^\circ + 70^\circ) + 0 \cdot \text{sen}(62^\circ + 70^\circ) = \\ \text{cos}62^\circ \text{cos}70^\circ - \text{sen}62^\circ \text{sen}70^\circ &= -(0,1598 - 0,8272) \cong 0,67 \end{aligned}$$

- 10** Os diretores de uma empresa de consultoria estimam que, com x funcionários, o lucro mensal que pode ser obtido é dado pela função:

$$P(x) = 20 + \ln\left(\frac{x^2}{25}\right) - 0,1x \quad \text{mil reais.}$$

Atualmente a empresa trabalha com 20 funcionários.

Use as aproximações: $\ln 2 = 0,7$; $\ln 3 = 1,1$ para responder às questões seguintes:

- A** Qual é o valor do lucro mensal da empresa?
- B** Se a empresa tiver necessidade de contratar mais 10 funcionários, o lucro mensal vai aumentar ou diminuir? Quanto?

Resolução:

A $P(20) = 20 + 4 \ln 2 - 0,1(20) = 20,8$

O valor do lucro máximo é de R\$ 20 800,00

B O lucro máximo vai diminuir.

$$P(30) = 20 + 2(\ln 2 + \ln 3) - 0,1(30) = 20,6$$

O lucro máximo vai diminuir de R\$ 20 800,00 – R\$ 20 600,00 = R\$ 200,00.