

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

CURSO DE DIREITO

VESTIBULAR 2008

PROVA DE RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

Fase 1

Novembro 2007

Sumário

1. Introdução	2
2. A natureza da prova do Vestibular 2008	4
2.1. As questões	4
2.2. Seus objetivos	6
2.3. Justificativa quanto à escolha dos conteúdos	7
3. As questões e as respostas esperadas	8
3.1. Questão A	8
3.2. Questão B	11
3.3. Questão C	14
4. A grade definitiva de pontuação	15
5. Alguns modelos de resposta	18
5.1. Questão A.a	18
5.2. Questão A.b	21
5.3. Questão A.c	22
5.4. Questão B.a	26
5.5. Questão B.b	27
5.6. Questão B.c	30
5.7. Questão C.a	31
5.8. Questão C.b	32
5.9. Questão C.c	33
5.10. Questão C.d	35

1. Introdução

O programa da prova de Raciocínio Lógico-matemático tem como pressupostos básicos que:

- na sociedade complexa e tecnológica em que vivemos, é cada vez mais evidente a necessidade do saber matemático, uma vez que é difícil encontrar setores em que a Matemática não esteja presente. Analisar dados, grandezas, gráficos, presentes no cotidiano das pessoas, nos jornais, telejornais, revistas ou Internet, e compreender e dimensionar espaços são elementos essenciais para ler e interpretar a realidade, tomar decisões políticas, sociais, econômicas e pessoais;

- a linguagem matemática tem caráter formal e difere de outras linguagens. Entretanto, saber Matemática não implica somente o domínio de códigos, símbolos e nomenclaturas desta linguagem. É necessário associar tais símbolos a um significado referencial, ou seja, saber aplicá-los em situações reais e resolver problemas de diferentes áreas;

- o candidato ao Direito-GV deve ter uma sólida formação matemática, uma vez que o curso pretende formar bacharéis que, além de um profundo conhecimento do sistema jurídico brasileiro, transitem nas áreas de Economia e Administração.

A partir desses pressupostos, foram selecionados conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental e Médio que permitam avaliar o raciocínio lógico-matemático do candidato e que favoreçam interações com outras áreas do conhecimento.

Nesse sentido, a partir dos resultados dos Vestibulares 2006 e 2007, o programa da prova de Raciocínio Lógico-matemático para o Vestibular 2008 foi mantido por já englobarem conteúdos da Matemática que permitem resolver problemas reais e que são essenciais para um profissional de Direito que transite nas áreas de Economia e Administração.

Tal programa está estruturado em três itens, cada um deles subdividido em subitens. Os conteúdos selecionados foram os seguintes:

1. Álgebra: números e funções

1.1. Variação de grandezas: conjuntos numéricos (operações e propriedades); funções; representação e análise gráfica; equações e inequações.

1.2. Trigonometria.

1.3. Seqüências numéricas: progressões aritméticas e geométricas.

1.4. Sistemas lineares.

2. Geometria e Medidas

2.1. Geometria Plana: elementos; semelhança e congruência; representação de figuras.

2.2. Geometria Espacial: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição (intersecção, paralelismo e perpendicularismo); inscrição e circunscrição de sólidos.

2.3. Geometria métrica: áreas e volumes; estimativa, valor exato e aproximado.

2.4. Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.

3. Análise de Dados

3.1. Estatística: descrição de dados; representações gráficas; análise de dados (média, moda e mediana, variância e desvio padrão).

3.2. Análise combinatória (princípio fundamental da contagem, permutações, arranjos e combinações).

3.3. Probabilidade: possibilidades; cálculo de probabilidades.

3.4. Matemática financeira (porcentagem, juros simples e compostos).

Os conteúdos visam avaliar se o candidato é capaz de:

- reconhecer e utilizar símbolos, códigos e nomenclatura da linguagem matemática;

- ler e interpretar dados apresentados em diferentes representações (tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas);

- raciocinar, conjecturar, estabelecer relações, analisar, argumentar criticamente, posicionar-se e expressar-se com clareza, utilizando a linguagem matemática;

- resolver problemas que exigem o uso do raciocínio lógico e do conhecimento matemático.

A análise dos resultados das provas de 2006 e 2007 nos levou a propor novamente, no Vestibular 2008, questões com grau de dificuldade diferenciada, contemplando itens e subitens também com diferentes graus de dificuldade, em uma mesma questão, que permitam melhor discriminar os candidatos.

2. A natureza da prova de 2008

A prova de Raciocínio Lógico-matemático procurou seguir os princípios específicos do vestibular Direito GV, na medida em que não priorizou a avaliação da capacidade de memorização de um grande número de fórmulas e resultados mas, a criatividade e a capacidade do candidato ler e interpretar dados, resolver problemas contextualizados, com finalidades práticas, que exigem raciocínio lógico, utilização adequada da linguagem matemática e argumentação sobre os resultados obtidos, o que é conveniente a um candidato a um curso de Direito.

2.1. As questões

As três questões da prova se identificam com os pressupostos estabelecidos, uma vez que exigiram do candidato a análise de dados reais, considerados essenciais para interpretar a realidade da sociedade complexa e tecnológica em que vivemos.

A Questão A apresentava três itens envolvendo Análise de Dados, Porcentagem, Razão, Função, Gráficos e Variação de Grandezas, conteúdos que compõem o programa da prova, e que objetivam verificar a capacidade do candidato

de resolver um problema do cotidiano, utilizando leitura e interpretação de dados obtidos em um gráfico.

A Questão B abordou Sistemas Lineares, Análise de Dados e Porcentagem, e exigiu do candidato cálculos objetivando verificar sua capacidade de ler e interpretar dados apresentados na forma de tabela utilizando conhecimentos matemáticos.

Visando, ainda, avaliar a capacidade do candidato em resolver problemas, foi proposta a Questão C, que exigiu conhecimentos sobre Função Quadrática, Equações e Inequações e Matemática Financeira (lucro máximo).

A tabela seguinte apresenta a síntese dos conteúdos, competências e habilidades, envolvidos em cada uma das questões que compuseram a prova de Raciocínio Lógico-matemático do Vestibular 2008 para o curso de Direito GV.

Questões	Conteúdos abordados	Competências/Habilidades
Questão A	Análise de Dados Porcentagem, razão, função, gráficos Variação de grandezas	- ler e interpretar dados; - raciocinar, analisar, argumentar criticamente; - resolver problemas que exigem raciocínio lógico e conhecimento matemático - posicionar-se e expressar-se com clareza, utilizando linguagem matemática.
Questão B	Sistemas lineares Análise de dados Porcentagem	- reconhecer e utilizar símbolos e nomenclatura da linguagem matemática; - ler e interpretar dados; - raciocinar, analisar, argumentar criticamente, - resolver problemas que exigem raciocínio lógico e conhecimento matemático.
Questão C	Funções (quadrática). Equações e inequações Matemática financeira (lucro máximo)	- reconhecer e utilizar símbolos e nomenclatura da linguagem matemática; - ler e interpretar dados; - raciocinar, analisar, argumentar criticamente; - resolver problemas que exigem raciocínio lógico e conhecimento matemático.

2.2. Os objetivos das questões

Na tabela seguinte são apresentados os objetivos das questões da Prova de Raciocínio Lógico-matemático.

Questão A	<ul style="list-style-type: none"> - Avaliar a capacidade de leitura e interpretação de dados que circulam na mídia. - Avaliar a capacidade de raciocínio lógico dedutivo, análise e argumentação crítica. - Avaliar a capacidade do candidato de resolver problemas que exigem raciocínio lógico e conhecimento matemático.
Questão B	<ul style="list-style-type: none"> - Avaliar a capacidade de leitura e interpretação de dados apresentados em tabela. - Avaliar a capacidade de raciocínio, análise, argumentação crítica, posicionamento e expressão com clareza, utilizando a linguagem matemática. - Avaliar a capacidade do candidato de resolver problemas que exigem raciocínio lógico e conhecimento matemático.
Questão C	<ul style="list-style-type: none"> - Avaliar a capacidade de leitura e interpretação de um problema no contexto do cotidiano. - Identificar se o candidato é capaz de utilizar, com clareza, a linguagem matemática. - Avaliar a capacidade de raciocínio lógico dedutivo, análise e argumentação crítica. - Avaliar a capacidade do candidato de resolver problemas que exigem conhecimento matemático.

Como podemos observar, alguns objetivos são comuns às três questões, o que é coerente com os princípios que orientam o processo seletivo ao Direito GV e o tipo das questões elaboradas, uma vez que era preciso que o candidato analisasse os dados apresentados sob diferentes formas, raciocinasse logicamente e tivesse capacidade de argumentar criticamente sobre eles.

2.3. Justificativa quanto à escolha dos conteúdos

Considerando os princípios que orientam o processo seletivo ao Direito GV, as questões não se limitaram a exercícios de aplicação de conceitos e técnicas matemáticas pois, nesse caso, estaríamos exigindo meramente a busca, na memória, de um exercício semelhante, o que não garante que o candidato seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações reais e complexas.

Isso posto, procuramos, nas três questões, explorar a aplicabilidade da Matemática em problemas do cotidiano, esperando que, a partir da leitura e interpretação de dados e de cálculos efetuados, o candidato analisasse e argumentasse criticamente, mostrando sua capacidade de raciocinar logicamente e resolver problemas.

Ressaltamos que, em cada uma das questões, os dados foram apresentados sob diferentes formas (razões, tabelas, nomenclatura específica da linguagem matemática), de modo a avaliar se o candidato reconhece a natureza desses dados e consegue utilizar adequadamente as formas algébrica, numérica e gráfica.

Na questão A priorizamos o conteúdo de funções por ser este um tema presente no cotidiano das pessoas, essencial na análise e compreensão da realidade, permitindo quantificar e tomar decisões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento, tais como Economia, Finanças, Contabilidade e Administração, nas quais transitará o bacharel em Direito GV. No caso, a situação envolvia a escolha entre álcool e gasolina para um carro *flex*, em um estado brasileiro, de modo a tornar o abastecimento mais vantajoso.

A questão B envolveu Sistemas Lineares, Análise de Dados e Porcentagem, subitens de dois dos três itens que compõem o programa da prova, a saber, Álgebra: números e funções e Análise de Dados. Entre as inúmeras aplicações da Matemática está a de auxiliar na resolução de problemas do cotidiano, como a determinação da porcentagem de desconto de um estabelecimento comercial.

A Questão C focou o subitem 1 do item 1 do programa da prova, a saber, Variação de grandezas: conjuntos numéricos (operações e propriedades); funções; representação e análise gráfica, equações e inequações. O contexto dessa questão

era o lucro de uma loja de departamentos na venda de cartuchos para impressora. Exigia do candidato conhecimentos sobre valor máximo de uma função quadrática.

3. As questões e as respostas esperadas

3.1. Questão A

Os carros *flex*, com motores que funcionam tanto a gasolina quanto a álcool, já representam mais da metade dos veículos novos vendidos no País, mas muitos consumidores ainda têm dúvidas sobre a confiabilidade, o consumo, o funcionamento e a manutenção dos motores bicompostíveis, bem como sobre quando utilizar álcool ou gasolina para economizar.

Segundo informações de uma montadora a respeito de um carro *flex* por ela lançado recentemente, o consumo médio do veículo na cidade é de 10,0 km/l com gasolina e 7,3 km/l quando abastecido com álcool.

A.a) A partir do consumo médio do veículo com gasolina e com álcool, estabeleça uma função que forneça a distância que o veículo percorre com álcool em relação à que percorre com gasolina, considerando a mesma quantidade de litros dos dois combustíveis. Esboce o gráfico dessa função.

A.b) Em que condição é mais vantajoso abastecer com álcool? Justifique a sua resposta a partir da análise do gráfico esboçado no item A.a).

A.c) A tabela abaixo apresenta dados sobre o preço médio de gasolina e de álcool, no período de 22 a 28/07/2007, em alguns estados brasileiros. Analise qual dos dois combustíveis torna o abastecimento mais vantajoso em cada um dos estados. Justifique sua resposta.

Preços praticados em alguns estados do Brasil, período de 22 a 28/07/2007		
ESTADO	Preço médio Gasolina	Preço médio Alcool
AMAPÁ	2,219	1,983
MATO GROSSO	2,920	1,235
PIAUI	2,576	1,866
SÃO PAULO	2,399	1,176

(adaptado de http://www.anp.gov.br/f_preco/)

Solução:

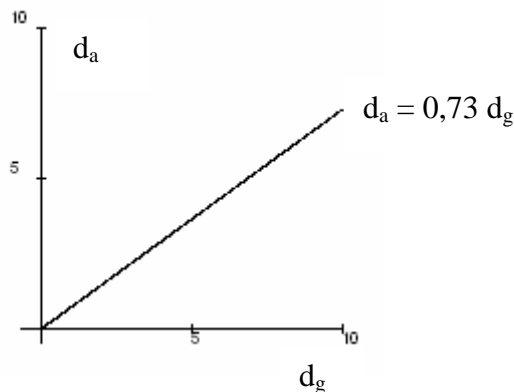
A.a) Como o consumo médio do veículo na cidade é de 10,0 km/l com gasolina e 7,3 km/l quando abastecido com álcool, o veículo percorre 10 km com um litro de gasolina e 7,3 km com um litro de álcool. Logo, a relação entre as distâncias percorridas com um litro de combustível é dada pela razão

$$\frac{7,3}{10,0} = 0,73$$

Ou seja, a distância d_a percorrida com 1 litro de álcool é 0,73 ou 73% da distância d_g percorrida com um 1 litro de gasolina.

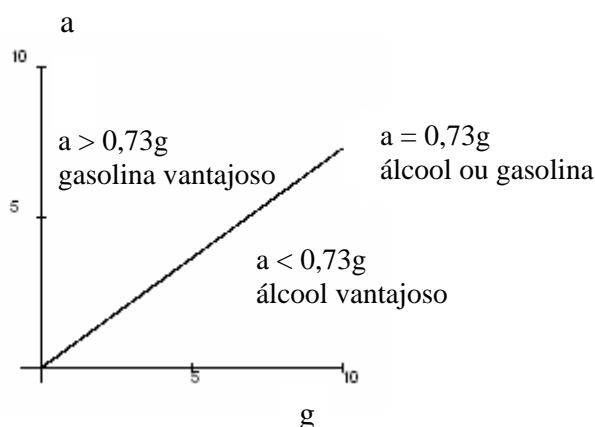
Assim, quando abastecido com álcool o veículo percorre 73% da distância percorrida com gasolina. Portanto, obtemos $d_a = 0,73d_g$, função que fornece a relação entre as distâncias percorridas com um litro de álcool e um litro de gasolina.

Um esboço do gráfico da função $d_a = 0,73d_g$ é:



A.b) Seja a o preço de um litro de álcool e g o preço de um litro de gasolina. Assim, com um litro de álcool, ao custo a , o veículo percorre a distância d_a e com um litro de gasolina, ao custo g , o veículo percorre a distância d_g . Como $d_a = 0,73d_g$, analisando o gráfico acima, concluímos que:

- se o preço do álcool for 0,73 do preço da gasolina é indiferente abastecer com um ou outro dos combustíveis;
- se o preço do álcool for maior que 0,73 do preço da gasolina será mais vantajoso abastecer com gasolina;
- se o preço do álcool menor que 0,73 do preço da gasolina será mais vantajoso abastecer com álcool.



Assim, é mais vantajoso abastecer com álcool se o preço a do litro de álcool for menor que 0,73 do preço g do litro de gasolina.

A.c) Apresentamos na tabela abaixo a relação a/g para os estados de Amapá, Mato Grosso, Piauí e São Paulo. Tendo em vista os resultados obtidos nos itens A.a) e A.b) e a referida relação, na última coluna da tabela analisamos qual o combustível torna o abastecimento mais vantajoso em cada um dos estados.

ESTADO	Preço médio Gasolina	Preço médio Álcool	a/g	Vantagem
<u>AMAPÁ</u>	2,219	1,983	0,893	Gasolina
<u>MATO GROSSO</u>	2,920	1,235	0,4229	Álcool
<u>PIAUI</u>	2,576	1,866	0,724	Indiferente
<u>SÃO PAULO</u>	2,399	1,176	0,490	Álcool

Dessa forma, concluímos que:

- no estado do Piauí é indiferente utilizar álcool ou gasolina.
- nos estados de Mato Grosso e São Paulo é mais vantajoso abastecer com álcool.
- no estado do Amapá é mais vantajoso abastecer com gasolina.

3.2. Questão B

As livrarias A, B, C e D de uma cidade vendem livros de Matemática de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental, de uma mesma coleção, com preço comum estabelecido pela editora. Os dados de vendas diárias são os seguintes:

Livrarias	Número de livros vendidos				Valor total recebido (R\$)
	5ª série	6ª série	7ª série	8ª série	
A	2	2	3	2	563,10
B	2	1	2	4	566,10
C	0	5	0	0	304,50
D	3	2	5	1	687,90

B.a) Quantas coleções completas (de 5ª a 8ª séries) são vendidas diariamente em cada uma das livrarias?

B.b) Qual o preço de venda de cada um dos livros da coleção?

B.c) Quando uma livraria compra 100 coleções completas (de 5ª a 8ª séries), a editora emite uma fatura no valor de R\$ 22.963,20. Qual a porcentagem de desconto que a livraria recebe nesse caso?

Solução:

B.a) O número de coleções completas vendidas pelas livrarias é o seguinte:

Livrarias	Número de coleções
A	2
B	1
C	0
D	1

B.b) Tendo em vista os dados apresentados, de modo a responder as questões propostas construímos um sistema linear de quatro equações a quatro incógnitas. Cada uma delas, a saber, x_1, x_2, x_3, x_4 , representa o número de livros de 5ª, 6ª, 7ª e 8ª. séries vendidos, respectivamente, em cada uma das livrarias A, B, C e D.

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 563,10 \\ 2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 566,10 \\ 0x_1 + 5x_2 + 0x_3 + 0x_4 = 304,50 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 1x_4 = 687,90 \end{cases}$$

Segue diretamente da terceira equação que:

$$5x_2 = 304,50 \Rightarrow x_2 = \frac{304,50}{5} = 60,90$$

Substituindo o valor obtido para x_2 no sistema inicial segue que

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 441,30 \\ 2x_1 + 2x_3 + 4x_4 = 505,20 \\ 3x_1 + 5x_3 + 1x_4 = 566,10 \end{cases}$$

No sistema acima, indicaremos as linhas por L1, L2 e L3 e utilizaremos escalonamento:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 441,30 \\ 1x_3 - 2x_4 = -63,90 \\ -1x_3 + 4x_4 = 191,70 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(L1 - L2)} \\ \text{(3 L1 - 2 L3)} \end{array}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 441,30 \\ 1x_3 - 2x_4 = -63,90 \\ 2x_4 = 127,80 \end{cases} \quad \text{(L2 + L3)}$$

Em L4, obtemos $2x_4 = 127,80 \Rightarrow x_4 = 63,90$

Substituindo o valor de x_4 em L2 temos

$$x_3 - 2x_4 = -63,90 \Rightarrow x_3 = -63,90 + 2x_4 = -63,90 + 2(63,90) \Rightarrow x_3 = 63,90$$

Em L1,

$$2x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 441,30 \Rightarrow 2x_1 = 441,30 - 3x_3 - 2x_4$$

$$2x_1 = 441,30 - 3(63,90) - 2(63,90) \Rightarrow 2x_1 = 441,30 - 319,50$$

$$2x_1 = 121,80 \Rightarrow x_1 = 60,90$$

Portanto, o preço de cada um dos livros da coleção é:

5ª. série	R\$ 60,90
6ª. série	R\$ 60,90
7ª. série	R\$ 63,90
8ª. série	R\$ 63,90

B.c) Como o preço de cada coleção completa é R\$ 249,60, ao comprar 100 coleções a livraria deveria pagar R\$ 24.960,00. Se a fatura é no valor de R\$ 22.963,20, a livraria tem um desconto de R\$ 24.960,00 – R\$ 22.963,20 = R\$ 1.996,80. Mas, como

$\frac{1996,80}{24.960,00} = 0,08$, segue que a livraria tem um desconto de 8% na compra de 100 coleções.

3.3. Questão C

Uma loja de departamentos compra cartuchos para uma determinada impressora jato de tinta a R\$ 28,00 a unidade e prevê que, se cada cartucho for vendido a x reais, serão vendidos $200 - 2x$ cartuchos por mês.

C.a) Encontre uma fórmula que fornece o lucro mensal em função do preço de venda x de cada cartucho.

C.b) Estabeleça matematicamente o intervalo dos valores de x para os quais existe efetivamente lucro.

C.c) Para que o lucro seja máximo, qual deve ser o preço de venda x de cada cartucho?

C.d) Qual será o lucro máximo e quantos cartuchos serão vendidos mensalmente ao preço que maximiza esse lucro?

Solução:

C.a) Se x é o preço de venda de cada cartucho e R\$28,00 o seu custo então o lucro na venda de cada cartucho é $x - 28$. Se forem vendidos $200 - 2x$ cartuchos por mês então o lucro mensal será $(x - 28)(200 - 2x)$. Ou seja,

$$L(x) = (x - 28)(200 - 2x)$$

C.b) Para que exista efetivamente lucro, devemos ter $L(x) > 0$ o que implica $(x - 28)(200 - 2x) > 0$. Conseqüentemente, analisando essa inequação, devemos ter $28 < x < 100$.

Portanto, $L(x) = -2x^2 + 256x - 5600$, $28 < x < 100$.

C.c) O gráfico da função $L(x)$ é uma parábola com concavidade voltada para baixo e cujo vértice é o ponto $V = \left(\frac{256}{4}, \frac{20.736}{8}\right) = (64, 2592)$. Como o valor máximo da função é atingido no vértice, para que o lucro seja máximo o preço de venda de cada cartucho deve ser R\$64,00.

C.d) O lucro máximo será $L(64) = (64 - 28)(200 - 2.64) = 36.72 = 2.592$, ou seja, R\$2.592,00. Ou, o lucro máximo será $y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{20.736}{8} = 2592$.

Ao preço de R\$64,00, que maximiza o lucro, serão vendidos mensalmente $200 - 2(64) = 72$ cartuchos.

4. A grade definitiva de pontuação

Questão	Categoria de acerto	Padrão utilizado para correção
A.a	0	Em branco ou questão totalmente errada.
	25	Apresentação dos gráficos de desempenho do carro com álcool e gasolina, separadamente, com comentários sobre a relação entre eles.
	50	Apresentação da expressão da função sem esboço do gráfico.
	75	Estabelecimento da relação entre as distâncias percorridas com álcool e gasolina, esboço do gráfico, sem a explicitação da expressão da função ou gráfico errado.
	100	Apresentação da função e do gráfico.

Questão	Categoria de acerto	Padrão utilizado para correção
A.b	0	Em branco ou questão totalmente errada.
	25	Justificativa da vantagem em abastecer com álcool/gasolina se refere a diferença entre os preços dos combustíveis, sem fazer referência a relação entre eles, encontrada no item anterior.
	50	Menção a relação entre a distância percorrida com os dois combustíveis $d_a = 0,73d_g$, e conclusão sobre a vantagem em abastecer com álcool quando o preço a do litro de álcool for igual a 0,73 do preço g do litro de gasolina.
	75	Análise da relação entre a distância percorrida com os dois combustíveis $d_a = 0,73d_g$, sem esclarecer qual a relação entre os preços.
	100	Análise da relação entre a distância percorrida com os dois combustíveis $d_a = 0,73d_g$ e conclusão correta, ou seja, sobre ser vantajoso abastecer com álcool se o preço a do litro de álcool for menor que 0,73 do preço g do litro de gasolina.
A.c	0	Em branco ou questão totalmente errada.
	25	Justificativa sobre a diferença de preço sem menção ao rendimento.
	50	Justificativa a partir da diferença de preços entre álcool e gasolina, mas com referência à relação entre os rendimentos.
	75	Resposta correta a partir do consumo médio sem explicitar a relação entre os combustíveis.
	100	Resposta correta com justificativa pautada na relação entre os rendimentos com os dois combustíveis.
B.a	0	Em branco ou questão totalmente errada. Número de coleções obtido a partir do número total de livros vendidos em cada livraria.
	25	Número de coleções correto em apenas uma das quatro livrarias.
	50	Número de coleções correto em duas das quatro livrarias.
	75	Número de coleções correto em três das quatro livrarias.
	100	Número de coleções correto nas quatro livrarias.

Questão	Categoria de acerto	Padrão utilizado para correção
B.b	0	Em branco ou questão totalmente errada.
	25	Cálculo correto do preço do livro de 6ª. série, $\frac{304,50}{5} = 60,90$. Ou, erro ao efetuar a divisão acima mas obtenção de um sistema de quatro equações a quatro incógnitas.
	50	Preço correto do livro de 6ª. série, sistema linear correto já contemplando a eliminação da variável referente a essa série.
	75	Cálculo parcial do preço dos livros, a partir de escalonamento do sistema.
	100	Preço correto dos quatro livros.
B.c	0	Em branco ou questão totalmente errada.
	25	Indicação correta dos cálculos que devem ser feitos, mas com valores errados, obtidos no subitem B.b, para o preço dos livros. Ou, indicação correta dos cálculos que devem ser feitos considerando que o preço dos quatro livros é igual a R\$ 60,90, preço do livro de 6ª. série.
	50	Indicação correta dos cálculos que devem ser feitos e cálculo do valor a ser paga na compra de 100 coleções, a saber, R\$ 24.960,00.
	75	Cálculos corretos, com erro na obtenção de 92% e, posteriormente, de 8%.
	100	8% de desconto, explicitando todos os cálculos.
C.a	0	Em branco ou questão totalmente errada.
	25	Indicação de que o lucro é dado pela diferença entre o custo e a venda, sem a obtenção da função.
	50	Obtenção correta da função, sem o desenvolvimento da mesma.
	75	Obtenção correta da função, com simplificação errada.
	100	Obtenção e simplificação corretas da função.
C.b	0	Em branco ou questão totalmente errada.
	25	Indicação de que $L(x) > 0$.
	50	Colocação da resposta, sem os cálculos.
	75	Extração correta das raízes, mas apresentação errada da resposta.
	100	$S = \{x \in R; 28 < x < 100\}$, com todos os cálculos.

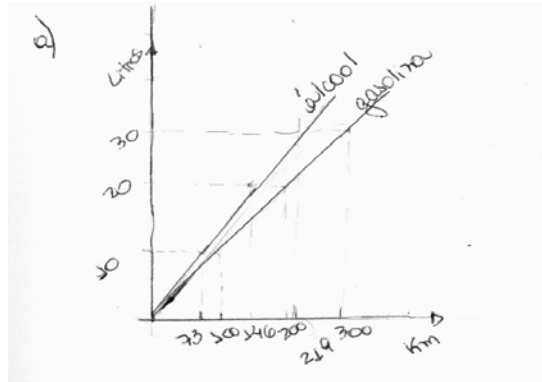
Questão	Categoria de acerto	Padrão utilizado para correção
C.c	0	Em branco ou questão totalmente errada.
	25	Indicação de que o lucro máximo é obtido em x_v , o x do vértice.
	50	Indicação de que o lucro máximo é obtido em $x_v = -\frac{b}{a}$.
	75	Identificação de que o lucro máximo é obtido em $x_v = -\frac{b}{a}$ mas substituição equivocada dos valores de b e de a , ou substituição correta com erro nos cálculos.
	100	Todos os cálculos corretos e obtenção de $x_v = 64$.
C.d	0	Em branco ou questão totalmente errada.
	25	Indicação de que o máximo ocorre em y_v , com sua expressão correta, mas com erro nos cálculos. Ou indicação da expressão para cálculo do número de cartuchos.
	50	Obtenção correta do lucro ou do número de cartuchos vendidos mensalmente.
	75	Obtenção correta do lucro e/ou do número de cartuchos vendidos mensalmente com indicação da fórmula para obtenção do outro
	100	Obtenção correta dos valores do lucro e do número de cartuchos.

5. Alguns modelos de resposta

5.1. Questão A.a

Desempenho – 0%

Apresentação gráfica do desempenho do carro com os dois combustíveis, sem explicitar a relação entre distância percorrida com álcool e com gasolina, ou seja, sem estabelecer a relação solicitada, e a expressão da função.



Desempenho – 25%

questão A

Aa) $\frac{7,3}{10} = 0,73$ é a relação de distancia que um carro a alcohol anda em comparação a um carro a gasolina. 0,73 Km para a mesma quantidade em Litros de combustível

uma diferença de 2,7 Km/l

Desempenho – 50%

| DIREITO GV | PROVA DE RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

A.a) gasolina: 10 Km - 1L
alcohol: 7,3 Km - 1L

consumo (L)

distância (Km)

$10 \text{ Km} - 1 \text{ L} \quad 10x = dg$
 $dg = x \quad x = \frac{dg}{10}$
 $7,3 \text{ Km} - 1 \text{ L} \quad \therefore \frac{dg}{10} = \frac{da}{7,3}$
 $7,3x = da$
 $x = \frac{da}{7,3} \quad \frac{7,3}{10} = \frac{da}{dg}$

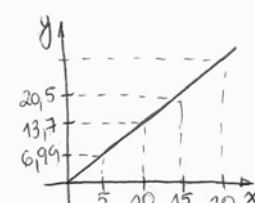
$0,73 dg = da$

Desempenho - 75%

| DIREITO GV | PROVA DE RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO |

A.a) $x = (\text{km})$ com ~~gasolina~~ álcool
 $y = (\text{km})$ com ~~álcool~~ gasolina

$$10x = 7,3y$$

$$\boxed{x = 0,73y}$$


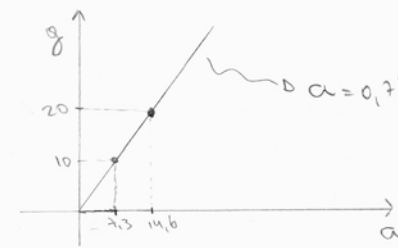
Ou,

A.a)

10 km/l \rightarrow gasolina (g) 7,3 km/l \rightarrow álcool (a)

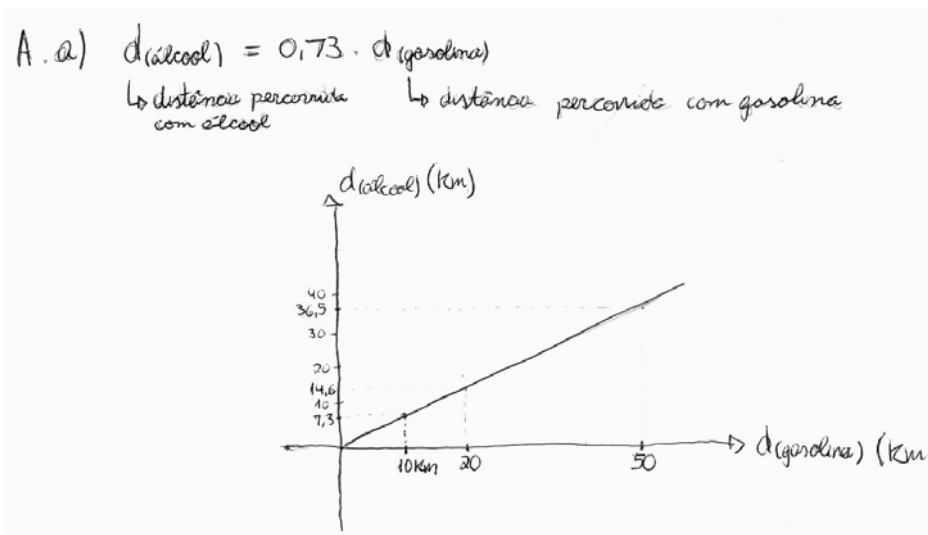
$$7,3 - 10 \rightarrow 10a = 7,3g$$

$$a - g \quad a = 0,73g$$

$$a = \frac{7,3 \cdot 7,2}{10,8} = 14,6$$


a	g
0	0
7,3	10
14,6	20

Desempenho - 100%



5.2. Questão A.b

Desempenho – 0%

É mais vantajoso utilizar o álcool para distâncias mais curtas, quando menos litros são necessários

Ou,

É mais vantajoso utilizar o álcool em pequenas distâncias, pois apesar de este não andar muito, economiza-se mais.

Desempenho - 25%

O candidato relaciona combustível mais vantajoso com justificativa em cima da diferença do preço, como no item A.a, mas faz menção a existência de uma relação entre desempenho do veículo com os dois combustíveis. Entretanto, não chega a explicitar essa relação.

Desempenho – 50%

O álcool deve estar com o preço igual a aproximadamente 70% do preço da gasolina para que seja vantajoso usá-lo

Desempenho - 75%

Se torna mais vantajoso álcool quando mesmo se andando menos com 1 litro de álcool se puder comprar 1,4 l dele com 1 l de gasolina.

Desempenho - 100%

É mais vantajoso abastecer com álcool quando o preço do litro de álcool for inferior a 73% do preço do litro de gasolina, pois de acordo com o gráfico esboçado no item anterior, o rendimento do litro de álcool equivale a 73% do rendimento do litro de gasolina.

5.3. Questão A.c

Desempenho - 0%

Em todos os Estados verifica-se um custo médio inferior do álcool em relação a gasolina, assim é mais vantajoso abastecer com álcool.

Desempenho - 25%

Amapá – é mais vantajoso a gasolina porque a diferença é pequena, de aproximadamente 23 centavos e a gasolina rende mais.

Mato Grosso – álcool porque a gasolina é R\$ 1,68 mais cara

Piauí – caso a distância seja pequena é mais vantajoso o álcool, caso contrário a gasolina porque só é 71 centavos mais cara

São Paulo – álcool pois a diferença em relação a gasolina é pequena, só 22 centavos mais cara.

Desempenho – 50%

© Preço do km:

	Gasolina	álcool	Vantagem
Amapá	2,219/10	1,983/7,3	Gasolina
Mato Grosso	2,92/10	4,235/7,3	álcool
Piauí	2,576/10	1,866/7,3	álcool
São Paulo	2,399/10	1,176/7,3	álcool

R: O álcool é mais vantajoso nos estados de São Paulo, Piauí e Mato Grosso. Enquanto a gasolina é mais vantajosa ~~no~~ no estado do Amapá.

Desempenho - 75%

A.c) $\frac{14}{146,0}$ No estado do Amapá é mais vantajoso o uso de gasolina pois com R\$22,19 se anda 100 km com gasolina e somente 82 km com álcool. Já no estado do Mato Grosso, é mais vantajoso o uso do álcool pois com R\$ 29,20 se anda 177 km e com a gasolina somente 100 km. No estado do Piauí também é vantajoso o uso do álcool pois com R\$ 29,76 se anda 107 km e com gasolina somente 100 km. E no estado de São Paulo também é vantajoso o uso do Alcool pois com R\$24,00 se anda 146 km e com gasolina somente 100 km.

Desempenho - 100%

<p>A.c) <u>Amapá</u> $10 \text{ km} - 2,219$ $7,3 \text{ km} - X$ $10X = 16,487$ $X \approx 1,648$ Preço do álcool: 1,983 → gasolina mais vantajosa</p>	<p><u>Mato Grosso</u> $10 \text{ km} - 2,920$ $7,3 \text{ km} - X$ $10X = 21,316$ $X \approx 2,131$ Preço álcool: 1,235 → álcool mais vantajoso</p>	<p><u>Piauí</u> $10 \text{ km} - 2,976$ $7,3 \text{ km} - X$ $10X = 18,8048$ $X \approx 1,880$ Preço álcool: 1,886 → gasolina mais vantajosa</p>
<p><u>São Paulo</u> $10 \text{ km} - 2,399$ $7,3 \text{ km} - X$ $X = 1,011$ Preço do álcool: 1,176 → gasolina mais vantajosa</p>		

Ou,

c) AMAPÁ - R\$ 2,219 - 1L gasolina - 10 km
 Alcool R\$ 1,983 - 7,3 km
 $X - 10 \text{ km}$
 $X \approx 2,6$
 Amapá - Gasolina é mais vantajoso

Mato Grosso - R\$ 2,920 - 1L gasolina - 10 km
 Alcool R\$ 1,235 - 7,3 km
 $X - 10 \text{ km}$
 $X \approx 1,6$
 Mato Grosso → Alcool é mais vantajoso

Piauí - R\$ 2,976 - 1L gasolina - 10 km
 Alcool R\$ 1,886 - 7,3 km
 $X - 10 \text{ km}$
 $X \approx 2,6$
 Piauí → Gasolina é mais vantajoso

São Paulo - R\$ 2,399 - 1L gasolina - 10 km
 Alcool R\$ 1,176 - 7,3 km
 $X - 10 \text{ km}$
 $X \approx 1,7$
 São Paulo - Alcool é mais vantajoso

Ou ainda,

c) Arapuaá → 1l — 10km — R\$ 2,219 Gasolina
 " " 7,3km — x
 álcool x = $\frac{161,987}{10}$ → x = R\$ 1,61

7,3km gasolina — R\$ 1,61
 7,3km álcool — R\$ 1,983
 Gasolina mais vantajosa.

Gasolina mais vantajosa

Moto Grosso — 1l — 10km — R\$ 2,920 Gasolina
 " " 7,3km — x
 x = $\frac{21,3160}{10}$ = 2,13

7,3km — R\$ 2,13 Gasolina
 7,3km — R\$ 1,23 álcool
 Álcool mais vantajoso

Piauí — 1l — 10km — R\$ 2,576
 " " 7,3km — x
 x = 1,88

7,3km — R\$ 1,88 Gasolina
 7,3km — R\$ 1,86 álcool
 Álcool mais vantajoso

São Paulo 1l — 10km — R\$ 2,399
 " " 7,3km — x
 x = 1,75

7,3km — R\$ 1,75 Gasolina
 7,3km — R\$ 1,76 álcool
 Gasolina mais vantajosa

5.4. Questão B.a

Desempenho - 0%

$$A \rightarrow 2 + 2 + 3 + 2 = 9$$

$$B \rightarrow 2 + 1 + 2 + 4 = 9$$

$$C \rightarrow 0 + 0 + 5 + 0 = 5$$

$$D \rightarrow 3 + 2 + 5 + 1 = 11$$

Desempenho - 25%

O candidato apresentou corretamente apenas o número de coleções vendido em uma das quatro livrarias.

Desempenho - 50%

QUESTÃO B)

a) $9 - 563,10$
 $1 - x$

$9x = 563,10$
 $x = \frac{563,10}{9}$
 $x = 62,56$ (cada livro)

A loja A vende 2 coleções completas. (e mais 1 livro com desconto)

A loja B vende 2 coleções completas. (e mais 1 livro com desconto)

A loja C vende 1 coleção completa (e mais 1 livro)

A loja D vende 1 coleção completa (e mais 2 livros)

Handwritten calculations and diagrams showing the student's attempt to solve the problem, including a system of equations and several long division problems.

Ou,

Na livraria A são vendidas 2 coleções completas, na B vende-se 2 também. Já na livraria C não são vendidas coleções inteiras. Na livraria D são vendidas 3 coleções.

Desempenho - 75%

Na livraria A são vendidas diariamente 2 coleções completas, na B duas também, na C nenhuma e na D apenas uma.

Ou,

Sendo uma coleção completa igual a um livro de cada série para cada coleção:

Livraria A: 2 coleções

Livraria B: 2 coleções

Livraria C: nenhuma coleção

Livraria D: 1 coleção

Desempenho - 100%

Coleções completas $\underline{\underline{N}}$ menor número de livros de uma série vendidos.

Em A foram vendidas 2 (duas) coleções completas, em B uma, em C nenhuma e em D uma.

5.5. Questão B.b

Desempenho - 0%

$$\begin{array}{r} 6^{\text{a}} \text{ série - } 304,5 \\ \quad \quad \quad 45 \\ \hline \quad \quad \quad 69 \end{array}$$

R\$ 69,00

Desempenho - 25%

Sendo o preço comum para todas as editoras:

$$\frac{304,5}{5} = 60,9$$

O preço do livro de sexta série é R\$ 60,90.

Ou ainda,

6ª. série R\$ 60,90 cada

$$304,50 : 5 = 60,9$$

Desempenho - 50%

b)

De acordo com a livraria C $\Rightarrow 5b = 304,50 \Rightarrow b = \frac{304,50}{5}$
 $b = 60,90$ reais cada

5ª série - q
 6ª " - b \Rightarrow R\$ 60,90
 7ª " - t
 8ª " - a

Livrarias A e B

$$\begin{cases} 2q + 3t + 2a = 563,10 - 121,80 \\ 2q + 2t + 4a = 566,10 - 60,90 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \text{I} \left\{ \begin{array}{l} 2q + 3t + 2a = 441,30 \\ 2q + 2t + 4a = 505,20 \end{array} \right. \text{I-II} \\ t - 2a = -63,90 \end{cases}$$

Ou,

B. b)

5ª série = X
 6ª série = Y = R\$ 60,90
 7ª série = Z
 8ª série = W

5y = 304,5
 y = R\$ 60,90

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z + 2w = 563,1 \\ 2x + 3z + 2w = 441,3 \\ 2x + y + 2z + 4w = 566,1 \\ 2x + 2z + 4w = 505,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z + w = 687,9 \\ 3x + 5z + w = 566,1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3z + 2w = 441,3 \quad (-1) \\ 2x + 2z + 4w = 505,2 \quad \leftarrow \\ 3x + 5z + w = 566,1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 3z + 2w = 441,3 \quad \leftarrow \\ -z + 2w = 63,9 \\ 3x + 5z + w = 566,1 \quad (-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1/3z + 4/3w = 441,3 - \left(\frac{2 \cdot 566,1}{3}\right) \\ -z + 2w = 63,9 \\ 3x + 5z + w = 566,1 \end{cases}$$

Desempenho - 75%

B. b) - $x = 5^{\text{a}} \text{ série}$
 $y = 6^{\text{a}} \text{ série}$
 $z = 7^{\text{a}} \text{ série}$
 $w = 8^{\text{a}} \text{ série}$

$y = 60,90$

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z + 2w = 563,10 \\ 2x + 1y + 2z + 4w = 566,10 \\ 5y = 304,50 \\ 3x + 2y + 5z + 1w = 687,90 \\ 7x + 10y + 10z + 7w = 2123,00 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x+w) + 3z = 441,30 \\ x + z + 2w = 256,60 \\ y = 60,90 \\ 3x + 5z + w = 566,10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3z = 441,30 - 2w \\ x + z = 256,60 - 2w \\ 3x + 5z = 566 - w \end{cases}$$

Desempenho - 100%

b)
$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z + 2w = 563,10 \\ 2x + 1y + 2z + 4w = 566,10 \\ 0 + 5y + 0 + 0 = 304,50 \\ 3x + 2y + 5z + w = 687,90 \end{cases} \quad y = \frac{304,5}{5} = 60,90 \text{ reais}$$

$$\begin{cases} 3x + 5z + w = 566,1 \\ 2x + 2z + 4w = 505,2 \\ 2x + 3z + 2w = 441,3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & - 3x + 5z + w = 566,1 \\ & - 2x + 2z + 4w = 505,2 \\ \hline & x + 3z - 3w = 60,9 \quad \text{II} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3x + 5z + w = 566,1 \\ & - 2x + 3z + 2w = 441,3 \\ \hline & x + 2z - w = 124,8 \quad \text{I} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2x + 2z + 4w = 505,2 \\ & - x + 2z - w = 124,8 \\ \hline & x + 5w = 380,4 \quad \text{III} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - x + 3z - 3w = 60,9 \\ & x + 2z - w = 124,8 \\ \hline & z - 2w = -63,9 \text{ ou } z = -63,9 + 2w \end{aligned}$$

$60,9 + 3w = 252,6$
 $x + 5w = 380,4$
 $dw = 127,8$ ou $w = 63,9$ | $x = 60,9$ | $z = 63,9$

Os preços são:
 5ª série = 60,9 reais;
 6ª série = 60,9 reais;
 7ª série e 8ª série = 63,9 reais cada um

5.6. Questão B.c

Desempenho - 25%

B.c) Uma coleção completa: R\$ 267,60 100 coleções: R\$ 26 760,00
(a+b+c+d)

~~26, 26 760 - 22,9~~ R\$ 26 760,00 - R\$ 22 963,20 = R\$ 3 796,80

Por uma proporção: $\frac{26 760,00}{100} = \frac{3 796,80}{x} \rightarrow x =$

Desempenho - 50%

O candidato calculou corretamente o preço de cada coleção, R\$ 24.960,00 e indicou os demais cálculos, sem efetua-los.

Desempenho - 75%

c) 1 coleção → 249,6 reais
100 coleções → 24960,0 reais

249,6 · 100 — 100%
22963,2 — x

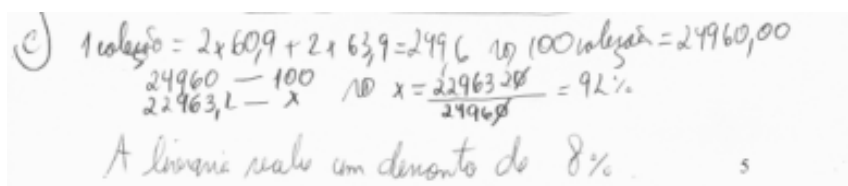
$249,6x = 22.963,2$
 $x = 92,08\%$

$\frac{9999}{100,00} = \frac{92,08}{x}$
 $x = 8,92\%$ a
variação real de desconto

$4x - y + 4z = 191,7$
 $y(-4y + 10z) = 383,4$
 $4y - 16z = -766,8$
 $4y + 10z = 383,4$
 $-6z = -383,4$
 $z = 63,9$

$-y + 4 \cdot (63,9) = 191,7$
 $-y = 191,7 - 255,6$
 $y = 63,9$

Desempenho - 100%



c) $1 \text{ coleção} = 2 \times 60,9 + 2 \times 63,9 = 249,6$ $100 \text{ coleções} = 24960,00$
 $\frac{24960}{22963,2 - x} = 100$ $x = \frac{22963,20}{24960} = 92\%$
 A livraria realizou um desconto de 8%.

5.7. Questão C.a

Desempenho - 0%

$$L = x(200 - 2x) - 28x$$

$$L = -4x^2 + 172x$$

Desempenho - 25%

$$x(200 - 2x) > 28(200 - 2x)$$

$$x > 28$$

Ou,

$$\text{Lucro} = \text{Preço Venda} - \text{Preço Compra}$$

$$L = PV - PC$$

$$L = 200x - 28x$$

Desempenho - 50%

$$L = x(200 - 2x) - 28(200 - 2x)$$

$$L = (x - 28)(200 - 2x)$$

Desempenho - 75%

$$\text{Lucro} = V - C$$

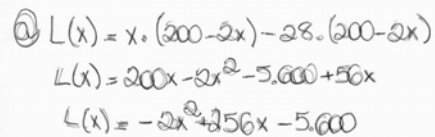
$$L = x(200 - 2x) - 28(200 - 2x)$$

$$L = (x - 28)(200 - 2x)$$

$$= 200x - 2x^2 - 5600 + 56x$$

$$L = -x^2 + 128x - 2800$$

Desempenho - 100%


$$\begin{aligned} \text{a)} \quad L(x) &= x \cdot (200 - 2x) - 28 \cdot (200 - 2x) \\ L(x) &= 200x - 2x^2 - 5.600 + 56x \\ L(x) &= -2x^2 + 256x - 5.600 \end{aligned}$$

5.8. Questão C.b

Desempenho - 25%

$$x(200 - 2x) > 28(200 - 2x)$$

$$x > 28$$

Desempenho - 50%

Resp B: $]28,100[$

Desempenho - 75%

c.b) $\tilde{L} > 0$
 $-x^2 + 128x - 2800 > 0$
 $\Delta = (128)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2800$
 $\Delta = 5184$
 $x = \frac{-128 \pm \sqrt{5184}}{-2}$

$\frac{-128 + 72}{-2} = 28$
 $\frac{-128 - 72}{-2} = 100$

$S = \{28 < x < 100\}$

Desempenho - 100%

b) $-x^2 + 128x - 2800 > 0$
 $-x^2 + 128x - 2800 = 0$
 $\Delta = 5184$
 $x = \frac{-128 \pm \sqrt{5184}}{-2}$
 $x = \frac{-128 + 72}{-2} \rightarrow x' = 100$
 $x = \frac{-128 - 72}{-2} \rightarrow x'' = 28$

$S = \{x \in \mathbb{R} / 28 < x < 100\}$

Rº Haverá efetivamente lucro quando x for maior que 28 e menor que 100.

5.9. Questão C.c

Desempenho - 25%

O lucro máximo se dá no ponto de vértice da parábola

$$x_v = \frac{-200}{-4} = 50 \text{ reais}$$

Desempenho - 50%

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = \frac{-178}{-8}$$

$$x_v = -21,50$$

O preço do cartucho deve ser R\$ 21,50.

Desempenho - 75%

Para lucro máximo x é o x_v .

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{144}{2(-2)} = -\frac{144}{-4} = 38$$

Desempenho 100%

© Para o lucro ser máximo:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-256}{2 \cdot -2}$$

$$x = \frac{-256}{-4}$$

$$x = 64$$

$$S = 1644$$

5.10. Questão C.d

Desempenho - 0%

$$y_{\max} = -\frac{b}{4a} = -\frac{256}{4(-2)} = 32$$

Desempenho - 25%

$y_v = -\frac{b}{4a} = \frac{172 \cdot 172}{8} = 3698$

O número de cartuchos que serão vendidos é de 3698
 O lucro será

~~$R(x) = (200 - 2x) \cdot x - 28x$
 $R(x)$
 $R(42) = 155376 - 28 \cdot 42$~~

$R(x) = -2x^2 + 172x$
 $R(42) = -3728 + 7324$
 $R(42) = 3596$

O lucro será de R\$ 3596

Desempenho - 50%

d) $200 - 2x \rightarrow 200 - 128 = 72$ cartuchos

$72 \cdot 64 = 4608$ reais.

Desempenho - 75%

c.) Lucro máximo = $V_y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-5184}{-4} = 1296$

Nº cartuchos vendidos = $200 - 2x = 200 - 2 \cdot 64 = 200 - 128 = 72$

Lucro máx = R\$ 1296,00
Nº cartuchos = 72

7

Desempenho - 100%

a) O lucro máximo é quando o preço do cartucho é R\$64,00.
Assim temos:

$$L(64) = -2 \cdot 64^2 + 256 \cdot 64 - 5.000$$

$$L(64) = -8.192 + 16.384 - 5.000$$

$$L(64) = 16.384 - 13.192$$

$$L(64) = 3.192$$

O lucro máximo é de R\$ 3.192,00. E o número de cartuchos vendidos a este preço é:

$$V(x) = 200 - 2x \Leftrightarrow V(64) = 200 - 2 \cdot 64 \Leftrightarrow V(64) = 200 - 128 = 72$$

O número de cartuchos vendidos é 72 e é 40.